

Marco Simonotti

## L'analisi di regressione nelle valutazioni immobiliari

Nell'ambito dei modelli di tipo statistico-matematico impiegati nelle valutazioni, i modelli uniequazionali lineari e in particolare i modelli di regressione semplice e multipla trovano in concreto maggiore diffusione; in questi modelli la variabile spiegata (dipendente) è costituita generalmente dal prezzo di mercato e le variabili esplicative (indipendenti) sono rappresentate da un insieme di variabili fisiche, tecniche, economiche, ecc. relative alle caratteristiche presentate dagli immobili.

Il modello di regressione costruito per finalità estimative mira a fornire previsioni sui futuri prezzi di mercato (stime) di immobili. Per questi modelli le finalità descrittive e interpretative hanno minore rilievo estimativo, in quanto le prime sono puramente rappresentative del fenomeno, le seconde presentano un interesse prevalentemente economico volto a mettere in evidenza le relazioni di tipo causa-effetto tra una serie di variabili esplicative e il prezzo di mercato, almeno fino a quando è il prezzo il fenomeno di mercato da spiegare.

Per quanto il modello di regressione multipla sia da lungo tempo conosciuto come strumento statistico e da molti anni impiegato in campo economico, solo di recente è entrato a fare parte degli strumenti estimativi inizialmente come tecnica di stima in presenza di numerosi dati di mercato [(Bruce (1977), p. 37)]. Negli ultimi venti anni i modelli di regressione si sono definitivamente diffusi negli studi e nella pratica estimativa, in particolare fuori dal nostro paese. Fin dalle prime applicazioni è apparsa chiara la possibilità di stabilire tramite il modello di regressione una correlazione tra il prezzo di mercato di un immobile e le caratteristiche intrinseche ed estrinseche che più significativamente lo influenzano, le correlazioni reciproche tra le caratteristiche e soprattutto l'effetto quantitativo esercitato da ciascuna caratteristica sul prezzo di mercato.

Nel campo specifico delle valutazioni non si dispone di una identificata funzione del prezzo di mercato nota a priori, né di una funzione provata sperimentalmente, come avviene invece per talune funzioni economiche, come ad esempio quelle di produzione, e per taluni modelli deterministici fondati sul prezzo del terreno quale fattore basilare della distribuzione spaziale della città, ove generalmente la distanza rappresenta il fattore maggiormente determinante. In questi casi l'analisi di

regressione può costituire il metodo più diretto per mettere alla prova gli schemi teorici, anche se dinanzi a fenomeni non sperimentali assume una valenza giustificativa più che dimostrativa. L'analisi di regressione nel settore estimativo ha invece una finalità puramente pre-ativa in specie del prezzo di mercato, ancor prima di potere divenire uno strumento di prova di schemi apodittici o di interpretazione della realtà di mercato.

L'analisi di regressione multipla viene impiegata prevalentemente in quattro tipi di situazioni [Bruce (1977), p. 41]: 1) dalle più antiche applicazioni (all'incirca dal 1924) fino ai nostri giorni nella stima dei terreni agricoli ivi compresi i terreni forestali e le aziende agrarie; 2) nelle stime urbane, dove è stata spesso utilizzata per separare il valore del terreno da quello delle costruzioni e anche per misurare l'effetto sul valore del terreno di talune infrastrutture (strade, linee ferrate, ecc.) e di fenomeni ambientali (inquinamento, ecc.); 3) nella valutazioni di immobili unifamiliari (*single-family residences*), dove ha trovato il maggiore campo di impiego; e 4) recentemente nella stima di immobili multifamiliari (*multiple-family residences*). Le due ultime applicazioni sono tra le più comuni in campo estimativo data l'esistenza di numerosi e veridici dati di base relativi alle caratteristiche immobiliari e ai prezzi di mercato [Appraisal Institute of Canada, p. 53].

L'analisi di regressione ha ampie possibilità di impiego nelle scienze analitiche e trova un uso pertinente nelle valutazioni. Da almeno trenta anni le valutazioni svolte a mezzo di questi modelli sono utilizzate nei settori amministrativo e fiscale: nelle stime per indennizzi in seguito a espropriazioni per pubblica utilità, nella fissazione di imponibili fiscali, ecc.

Negli anni recenti vi sono state numerose ricerche sulla struttura dei prezzi di mercato, condotte solitamente per fini economici e riguardanti l'inclusione di talune caratteristiche del suolo, quali ad esempio la localizzazione e l'ampiezza di lotti, l'effetto dei programmi pubblici sul suo uso (*zoning*), le spese per la conservazione o il rinnovo delle strutture urbane, insieme ad altri fattori di carattere generale come ad esempio la densità di popolazione, la crescita demografica, gli usi industriali e commerciali in alternativa a quelli abitativi, ecc. [Dunford ed altri (1985), pp. 10-1].

Il successivo svolgimento riguarda quasi esclusivamente i principi di base, l'impianto statistico e l'articolazione metodologica dell'analisi di regressione applicata al settore delle valutazioni, per come si è venuta sviluppando in relazione alla specificità delle stime, alle problematiche inerenti questi impieghi e alle applicazioni relative alla casistica pratica. Interpretando in definitiva l'analisi di regressione come una vera e propria procedura di stima. È fatto cenno inoltre alle principali tecniche estimative che utilizzano l'analisi di regressione in

modo integrativo o sussidiario o puramente strumentale e non quindi come procedura autonoma. Nell'esposizione seguente salvo che per gli schemi basilari, i molteplici e complessi aspetti statistici dell'analisi di regressione vengono presi in considerazione solo se presentano rilevanza negli studi estimativi o risultano necessari alla completezza espositiva dei principali passaggi di natura metodologica. La spiegazione degli aspetti statistici della regressione è presentata secondo la logica e la terminologia estimative sempre che coerenti con i corrispondenti concetti statistici. La formulazione è invece prevalentemente statistica, in quanto la letteratura estimativa si richiama generalmente ai termini elementari dell'analisi di regressione semplice. Come si è detto i modelli di regressione di carattere economico e territoriale, ancorché attinenti il prezzo di mercato di immobili in genere, e le applicazioni dell'analisi di regressione o di tecniche derivate sulle serie storiche dei prezzi di mercato immobiliare non sono oggetto degli argomenti che seguono, che pertengono soltanto i modelli impiegati nella previsione dei prezzi di mercato, e più esattamente del valore di stima di un definito immobile di riferimento.

### 1. Analisi di regressione

Il modello di regressione può essere presentato in maniera schematica nel modo seguente. Se si definisce con  $\mathbf{X}$  la matrice dei dati di ordine  $m \cdot (n+1)$  di generico elemento  $x_{ij}$  (con  $j = 1, 2, \dots, m$  e  $i = 0, 1, 2, \dots, n$ ) relativo alle  $m$  osservazioni rilevate per le  $n$  variabili indipendenti, con  $\mathbf{y}$  il vettore degli ammontari della variabile dipendente, con  $\beta$  il vettore degli  $n+1$  parametri da stimare e con  $\mathbf{e}$  il vettore degli errori, queste grandezze si possono rappresentare nel modo seguente:

$$\mathbf{y} = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_m \end{bmatrix}, \quad \mathbf{X} = \begin{bmatrix} 1 & x_{11} & x_{12} & \dots & x_{1n} \\ 1 & x_{21} & x_{22} & \dots & x_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & x_{m1} & x_{m2} & \dots & x_{mn} \end{bmatrix}, \quad \beta = \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \vdots \\ \beta_n \end{bmatrix} \quad \text{ed} \quad \mathbf{e} = \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ \vdots \\ e_m \end{bmatrix};$$

dove la prima colonna della matrice  $\mathbf{X}$  indica che nel modello di regressione è considerata l'intercetta corrispondente al parametro  $\beta_0$ .

Il modello di regressione multipla può essere rappresentato allora nella forma generale come segue:

$$\mathbf{y} = \mathbf{X}\beta + \mathbf{e}.$$

Il criterio dei minimi quadrati conduce alle equazioni normali secondo la seguente relazione:

$$\mathbf{X}^T \mathbf{X} \mathbf{b} = \mathbf{X}^T \mathbf{y},$$

dove il vettore  $\mathbf{b}$  contiene gli  $n+1$  stimatori ( $b_0, b_1, b_2, \dots, b_n$ ) dei parametri  $\beta$ . Risolvendo la precedente eguaglianza per  $\mathbf{b}$  si ottiene:

$$\mathbf{b} = (\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{y},$$

la soluzione delle equazioni normali della regressione lineare può essere sempre presentata in questa forma una volta che la matrice  $\mathbf{X}^T \mathbf{X}$  sia non singolare e il problema della regressione espresso in termini propri. Le assunzioni statistiche del modello di regressione riguardano come è noto: 1) il valore atteso degli errori  $M(e)$  eguale a zero; la varianza dell'errore  $V(e) = \sigma^2$  costante, indicando con  $\mathbf{I}$  la matrice unità di ordine  $m, m$ ; 3) la distribuzione degli errori normale e 4) la loro indipendenza. Da queste assunzioni derivano le seguenti condizioni (Harnett, Murphy (1985), pp. 687-8): 1) nessuna delle  $x_i$  è un'esatta combinazione lineare delle altre variabili indipendenti; 2) il numero delle osservazioni eccede il numero dei parametri stimati ( $m > n+1$ ); 3) la vera relazione tra le variabili  $y$  e  $x_i$  è lineare.

La violazione delle assunzioni e delle condizioni precedenti infirma la validità dei risultati ottenuti con il modello di regressione. Su tali assunzioni e condizioni inoltre si fondano alcuni test di verifica statistica ed estimativa del modello di regressione.

Una volta ottenuti i parametri  $\mathbf{b}$  dell'equazione di regressione, i loro interpolati della variabile dipendente si ricavano nel modo seguente:

$$\hat{y} = \mathbf{X} \mathbf{b},$$

dove  $\hat{y}$  è appunto il vettore dei valori interpolati tramite l'equazione di regressione. La matrice delle varianze e covarianze dei parametri  $\mathbf{V}(\mathbf{b})$  si ottiene scorrendo la matrice  $\mathbf{X}^T \mathbf{X}$  dell'equazione normale (1) nel modo seguente:

$$\mathbf{V}(\mathbf{b}) = (\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \sigma^2,$$

quando  $\sigma^2$  è sconosciuto si impiega il suo stimatore  $s^2$  calcolato sui dati rilevati. La varianza dei parametri viene impiegata nei test di significatività statistica e nella misura degli intervalli di confidenza.

Nel caso della valutazione di un immobile con prezzo incognito  $\hat{y}_0$  (valore di stima) e con ammontari noti delle variabili  $x_0$ , fissato il relativo vettore  $\mathbf{X}_0$  come segue:

$$\mathbf{X}_0^T = [1 \ x_0 \ x_0^2 \ \dots \ x_0^n],$$

la stima puntuale dell'immobile oggetto di valutazione risulta eguale a:

$$\hat{y}_0 = \mathbf{X}_0^T \mathbf{b}.$$

La stima per intervallo dell'immobile oggetto di valutazione si ottiene a partire dalla varianza del valore di stima calcolata nel modo seguente:

$$V(\hat{y}_0) = \mathbf{X}_0^T (\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}_0 \sigma^2;$$

la varianza conduce a un intervallo di previsione da definirsi in rapporto a un prefissato livello di fiducia.

Vi sono numerosi indici e test per le diverse forme di modelli di regressione multipla, tuttavia i più importanti di questi per i fini estimativi sono [Society of Real Estate Appraisers (1979), pp. 6-12; Dunford ed altri (1985)]:

— l'errore standard  $s$  che esprime lo scostamento tra i dati osservati e i dati interpolati con il modello

$$s^2 = \frac{1}{m - n - 1} (\mathbf{y} - \hat{\mathbf{y}})^T (\mathbf{y} - \hat{\mathbf{y}});$$

— il coefficiente di determinazione che misura la bontà dell'accostamento del modello ai dati originari, in termini di rapporto tra devianza spiegata e devianza totale;

— il test  $t$  sulla significatività statistica delle singole variabili  $x_i$ , con il quale ciascun coefficiente può essere provato contro l'ipotesi nulla della casualità a un prefissato livello di fiducia;

— il test  $F$  derivato dalla corrispondente analisi della varianza, che consente di decidere se la varianza indotta dalla regressione nel suo complesso è statisticamente significativa o può essere attribuita al caso a un prefissato livello di fiducia;

— l'analisi dei residui che ha lo scopo di verificare che non vi sia un discernibile disegno nella composizione dei residui in relazione alle assunzioni del modello di regressione.

Alcuni test possono comportare il rigetto dei risultati del modello, e poiché talvolta i valori assunti da taluni test è in congiunzione con quello di altri, l'accettazione dei risultati della regressione deve almeno soddisfare i test precedenti [Society of Real Estate Appraisers (1979), pp. 6-12; Dunford ed altri (1985); Brown (1974) pp. 573-4]. Salvo i casi in cui prevalgono considerazioni di carattere extrastatistico che inducono ad esempio a mantenere nel modello una variabile con peculiare rilevanza estimativa o economica anche se questa non risulta statisticamente significativa.

Ai fini propriamente estimativi vengono prevalentemente applicate due misure percentuali dei residui che hanno particolare attinenza con i problemi di valutazione; si tratta infatti di indici sintetici e immediati, pertinenti la stima operata con il modello di regressione, che consentono confronti con analoghe misure dei tradizionali procedimenti di stima. Il primo indice è ottenuto dal rapporto tra l'errore standard e la media della variabile dipendente  $\bar{y}$  [Pendleton (1965)]:

$$\varepsilon = \frac{s}{\bar{y}};$$

il secondo indice è costituito dal residuo percentuale assoluto:

$$\eta = \frac{\sum_{i=1}^n |y_i - \hat{y}_i|}{\sum_{i=1}^n y_i}.$$

Una serie di criteri di ordine pratico fondati su considerazioni a priori, su applicazioni della regressione ai casi pratici e sull'esperienza generale di stima, suggeriscono i seguenti valori di accettabilità estimativa dei precedenti test statistici e delle misure percentuali dei residui: a) il coefficiente di determinazione dovrebbe risultare pari o maggiore di 0,95 [Society of Real Estate Appraisers (1979), pp. 7-17], o meno restrittivamente sarebbe desiderabile pari almeno a 0,9 [Shenkel (1978), p. 329]; b) l'errore medio percentuale non dovrebbe superare il 10% e gli errori relativi a ciascuna osservazione non dovrebbero essere maggiori del 15% (Shenkel (1978), p. 333), oppure l'errore standard dovrebbe risultare minore del 5% della media dei prezzi ((37, p. 7-17; 16, p. 67)); c) le soglie dei test  $t$  e  $F$  sono invece quelle propriamente statistiche fondate sull'intervallo di confidenza che si pone pari generalmente a 0,95. Se un modello di regressione ottenuto in concreto raggiunge o supera i valori indicati negli indici di accostamento e dei test di significatività e si attesta al di sotto di quelli degli indici percentuali, allora l'analista può accettare i risultati del modello e per suo tramite procedere alla valutazione dell'immobile oggetto di stima; altrimenti secondo il proprio giudizio può riformulare il modello.

All'analisi di regressione si può fare seguire la cosiddetta «seconda analisi» ottenuta escludendo dal campione originario, sul quale si è svolta la prima analisi, le osservazioni che presentano un residuo percentuale maggiore di una certa soglia prefissata, e procedendo a una analisi di regressione sui dati delle osservazioni rimanenti (collocate al di sotto della soglia) secondo la normale procedura. La seconda analisi è ritenuta dagli statistici uno strumento troppo drastico da applicare ai dati qualora si volessero escludere gli *outliers* e troppo meccanico per farlo seguire inopinatamente al modello convenzionale. In campo

estimativo tuttavia la seconda analisi viene tuttora suggerita [American Institute of Real Estate (1983), pp. 652-3; Society of Real Estate Appraisers (1979), pp. 7-17], probabilmente per il sensibile miglioramento che solitamente induce sugli indici della regressione e per la precisione localizzazione del sub-campione, sempre che quest'ultimo si mantenga sufficientemente numeroso, ammesso che lo fosse inizialmente. In ogni caso la scelta relativa all'impiego della seconda analisi e molte altre decisioni nell'analisi di regressione sono appannaggio dell'analista nelle particolari casistiche di stima.

La condizione posta nell'analisi di regressione riguardo il numero delle osservazioni in rapporto al numero delle variabili diviene ai fini estimativi una condizione essenziale di applicabilità dei risultati del modello. In gran parte delle situazioni estimative infatti ci si trova dinanzi a una ridotta disponibilità di osservazioni a fronte di una attesa numerosità delle variabili esplicative del fenomeno complesso costituito dal prezzo di mercato. Criteri di natura pratica suggeriscono che la relazione tra il numero delle osservazioni e il numero delle variabili, espressa come disequaglianza, sia da porsi nei termini di  $m > 10(n+1)$  [Dilmore (1981), p. 149], o  $m > 10n$  [Weaver (1976), p. 33], o  $m > n+30$  [Society of Real Estate Appraisers (1985), p. B-8], oppure meno restrittivamente  $m > 4n$  [Dilmore (1981), p. 149] almeno fino a  $n=10$  nei confronti della precedente disequaglianza, o anche  $m > 5n$  [Shenkel (1978), p. 336]. Costituisce una indicazione collaterale l'inclusione di una specifica variabile solo se risulta presente in più del 10% delle osservazioni [Dilmore (1981), p. 149], in particolare se si tratta di una variabile dicotomica. La scelta del criterio da applicare è prevalentemente legata alla concreta disponibilità dei dati e di conseguenza a considerazioni di ordine soggettivo. Nel caso ad esempio della «seconda analisi» di regressione, poiché il numero delle variabili rimane costante il criterio applicato nella prima analisi viene necessariamente violato nella seconda in condizioni di eguaglianza, a meno che non si decida di rientrare entro i limiti meno restrittivi di un altro criterio applicato al sub-campione, combinando così più criteri, e sempre che il primo criterio non sia quello in assoluto più restrittivo in condizioni di eguaglianza. Oppure si può decidere di applicare lo stesso criterio in condizioni di disequaglianza nella prima analisi e di eguaglianza nella seconda, stabilendo implicitamente il numero dei dati da eliminare e la soglia dell'errore percentuale, una volta riconosciuta una priorità al criterio fondato sul numero dei dati.

La più comune procedura di regressione impiegata oggi nelle valutazioni immobiliari è la *stepwise regression analysis* [Weaver (1976), p. 32]. Questa procedura si fonda sulla introduzione progressiva delle variabili indipendenti nel modello di regressione anziché sulla loro inclusione contemporanea. L'ordine di introduzione si basa sul contributo

diretto che ciascuna variabile offre alla spiegazione delle variazioni del prezzo di mercato. La *stepwise* dunque considera soltanto le variabili per così dire utili alla previsione del prezzo medesimo. Questa procedura infatti seleziona una variabile alla volta fin quando l'aggiunta di nuove variabili non contribuisce significativamente alle possibilità predittive del modello oppure fin quando le variabili escluse non accrescerebbero significativamente il potere esplicativo del modello qualora venissero incluse.

Inizialmente il modello è formato soltanto dalla media dei prezzi; nel primo step la variabile viene scelta fissando un *F-to-enter* limite (tipicamente pari a 2,5 nelle applicazioni estimative) e calcolando l'*F-to-enter* per ciascuna variabile. La variabile che presenta il maggiore ammontare di *F* e che quindi fornisce il maggior contributo alla spiegazione del prezzo e supera il limite minimo entra per prima nell'equazione di regressione. Negli step successivi al primo le variabili rimanenti sono selezionate una alla volta in base allo stesso test; la *stepwise* si interrompe quando si sono esaurite le variabili o gli *F-to-enter* posseduti dalle variabili risultano minori di quello limite [Society of Real Estate Appraisers (1985), pp. B-9-10]. Può accadere che una variabile già entrata nell'equazione a causa delle interrelazioni esistenti con altre variabili indipendenti presenti cessi di fornire un contributo significativo alla regressione negli step successivi; in questo caso la procedura prevede l'esclusione della variabile in questione dall'equazione prima che qualsiasi altra variabile entri a fare parte del modello [Society of Real Estate Appraisers (1985); pp. B-9-10]. L'ordine di inserimento delle variabili può essere determinato anche dal coefficiente di correlazione per la relazione che lo lega al calcolo del test *F*, come mezzo di misura dell'importanza delle variabili non ancora inserite nell'equazione [Draper, Smith (1981), p. 307]. L'uso della *stepwise regression analysis* per la selezione delle variabili è raccomandata anche al di fuori dell'analisi estimativa.

## 2. Analisi estimativa

Ai fini della specificazione del modello di regressione moltiplica la scelta delle variabili da introdurre nell'analisi agli scopi della stima è legata principalmente alle caratteristiche intrinseche, estrinseche e intermedie degli immobili o della classe degli immobili cui appartiene l'immobile oggetto di valutazione [Grillenconi (1968)]. In questo senso si possono richiamare i parametri tecnici ed economici del procedimento sintetico di stima, i caratteri del sistema generale di stima, gli *elements of comparison* del *sales comparison approach* e così di seguito. Un criterio eminentemente pratico indica di scegliere le variabili in

base alle caratteristiche degli immobili prese in considerazione dai compratori e dai venditori in un dato mercato al momento della stima [Shenkel (1978), p. 326]. L'applicazione di questo criterio intende: a) stabilire una condizione di verosimiglianza con le scelte compiute dagli operatori del mercato, b) simulare fedelmente il meccanismo del mercato in rapporto alle aspettative dei contraenti e in particolare per quella del prezzo, c) rendere plausibile la stima nelle fasi di svolgimento, nella interpretazione e nella dimostrazione dei risultati.

La variabile dipendente dei modelli estimativi è per eccellenza il prezzo di mercato, la cui previsione operata attraverso il modello conduce al valore di stima. Tuttavia nei modelli di regressione può comparire quale variabile dipendente il valore di stima formulato da uno o più periti tramite altri procedimenti estimativi. In questi casi la finalità del modello di regressione è solitamente interpretativa, ossia volta a esaminare i fattori determinanti il giudizio di stima, come cioè le variabili esplicative hanno concorso alla formulazione della valutazione finale. Vi sono casi nel campo dei modelli economici ove il valore di stima viene sostituito a tutti gli effetti al prezzo nell'interpretazione del fenomeno di mercato [McDonald, Bowman (1979), pp. 27-8].

Le variabili indipendenti dei modelli di regressione moltiplica possono essere classificate in innumerevoli modi, quali ad esempio per citarne alcuni in: locazionali, strutturali, *house-hold amenities* e monetarie [Weaver (1976), pp. 35-6]; oppure in 1) forze esterne, distinte in economiche, istituzionali e di urbanizzazione, che afferiscono tutte le parcelle immobiliari e non una in particolare, 2) caratteri dell'immobile relativi all'ampiezza, alla accessibilità, alla presenza di amenità, ecc., che afferiscono alla singola parcella, 3) caratteristiche dei venditori e dei compratori (età, reddito, ecc.) e 4) aspettative per le future condizioni di carattere tecnico, economico e monetario [Dunford ed altri (1985), p. 11]; e così di seguito. Le variabili estimative e le loro classificazioni sono dunque quelle ben note nella teoria estimativa. Inoltre altre particolari variabili esplicative presentano un interesse nei modelli di regressione, come ad esempio la variabile *time of sale*, espressa in mesi o giorni, che mira a ricomprendere ogni cambiamento dei prezzi inteso come risultato del processo inflattivo, o eventualmente di altre contingenze del mercato, nell'intervallo di tempo preso in considerazione nel campione delle compravendite [Allen ed altri (1986), p. 209]. Questa variabile è eguale a quella che si applica nel *sales comparison approach*. Un'altra variabile è relativa al numero di giorni di esposizione sul mercato di un immobile prima della vendita. Altre variabili relative alle contingenze contrattuali, alle possibilità di finanziamento del compratore (tassi di interesse, periodo di ammortamento, ecc.) [Sirmons ed altri (1984), p. 85] e altre ancora possono entrare a far parte del modello di regressione moltiplica nelle particolari casistiche di stima.

La quantificazione degli ammontari delle variabili esplicative avviene secondo misure tecniche ed economiche per le variabili quantitative; la scelta del numerario può rilevarsi in talune circostanze non indifferente alla manifestazione di fenomeni di collinearità (v. avanti). Più complessa è la quantificazione delle variabili qualitative (*dummy variables*), il cui più grave svantaggio indotto nell'analisi di regressione è costituito dal fatto che se non fossero in qualche modo quantificate verrebbero perdute ai fini dell'analisi [Weaver (1976), pp. 35-6]. Esempi ricorrenti di queste variabili nelle stime urbane sono: la tipologia costruttiva, la disposizione degli interni, la dislocazione delle pertinenze, ecc. La quantificazione degli ammontari delle variabili non ordinabili si svolge assegnando i valori zero e uno rispettivamente in assenza o in presenza della caratteristica, oppure convenendo di assegnare zero a una e uno all'altra di due modalità, ecc. La variabile dicotomica di maggiore interesse estimativo è rappresentata dalla localizzazione; per questa variabile in presenza di più di due localizzazioni si impiegano variabili locazionali in numero pari alle localizzazioni meno uno, assegnando a ciascuna osservazione i valori zero alle localizzazioni favorite e uno a quella di competenza.

La quantificazione delle variabili qualitative ordinabili può essere ottenuta con l'impiego delle variabili a punteggio, ossia di variabili alle cui modalità qualitative discrete si fa corrispondere una scala di punteggi numerici. Alcuni esempi di variabili a punteggio tratti dalla manualistica possono essere riportati con valore puramente indicativo; la qualità di costruzione di un edificio classificata in povera (0,66), sufficiente (0,87), media (1), buona (1,3), ottima (1,7) e lussuosa (1,9) con a fianco i punteggi assegnati. E ancora per immobili unifamiliari viene proposta a titolo esemplificativo la seguente classificazione con a fianco il relativo punteggio: immobili senza piscina (0), con piscina (0,85), con piscina riscaldata (1), con piscina coperta (1,4) [Society of Real Estate Appraisers (1985), pp. B-14; 15]. Quando queste variabili qualitative sono incluse nel modello di regressione moltiplica l'interpretazione dei corrispondenti coefficienti dell'equazione riguarda le differenze di prezzo piuttosto che gli ammontari dei coefficienti presi in sé stessi.

Vi sono almeno due ragioni obiettive per le quali una caratteristica non può entrare nella regressione (a parte quella costituita dal rigetto del test *F*): una ragione risiede nel principio su cui si fonda la regressione ed è relativa al caso in cui una caratteristica non presenta variazioni negli ammontari all'interno del campione. Ciò può accadere anche per talune caratteristiche possedute dall'immobile oggetto di stima ma non dagli immobili di confronto del campione rilevato o viceversa [Society of Real Estate Appraisers (1985), p. B-10]. Un'altra ragione risiede nella presenza di collinearità.

La *proxy variable* è una variabile delegata a svolgere il ruolo di

un'altra o di altre variabili che non compaiono nel modello di regressione. Così ad esempio può avvenire che in una data zona la qualità di costruzione di un edificio sia associata a un particolare panorama, ossia risulti migliore della qualità costruttiva di edifici che non godono dello stesso panorama; oppure di un patio, o di una piscina, ecc. queste caratteristiche non vengono rilevate ma sono associate implicitamente alla variabile rilevata (qualità della costruzione) che viene quindi delegata a rappresentarle nel modello di regressione [Society of Real Estate Appraisers (1985), p. B-17]. La *proxy* può essere costruita a tavolino come una nuova variabile da sostituirsi al posto di due variabili altamente correlate tra loro (e incorrelate con le altre); questa variabile misura lo stesso fenomeno della variabile scartata e ciò può talvolta tornare utile in presenza di collinearità. In ogni caso l'impiego di questo tipo di variabili necessita di un minimo di sperimentazione [Weaver (1976), p. 34].

Tuttavia più che l'impegno strumentale delle *proxy variables* da parte dell'analista, la loro presenza in un modello di regressione assume un diverso significato analitico. Per chiarire questo significato ci si può riferire al modello statico del mercato dei terreni urbani monocentrici che pone il valore del terreno come funzione decrescente della distanza dal *Central Business District (CBD)*. Sperimentato come modello stocastico con il necessario ausilio di altre variabili, quali ad esempio le amenità, l'età degli edifici, ecc., non si può escludere che la relazione funzionale tra prezzo e distanza risulti positiva in contraddizione con le aspettative del modello apodittico. Se ciò avviene si può desumere che non è necessariamente vero che il valore del terreno diminuisce con la distanza del *CBD* se altri determinanti del valore del terreno, diversi dal costo di trasporto, sono relati anch'essi alla distanza [McDonald, Bowman (1979), p. 26]. Se questi determinanti sono tenuti costanti, allora c'è da attendersi che il valore del terreno diminuisca con la distanza dal *CBD*; ma ciò è da dimostrare tenuto conto che l'operatore empirico opera su un limitato numero di variabili identificate e non possiede in genere buone misure dei loro ammontari. Ciò vuol dire semplicemente che il coefficiente della variabile distanza in un modello di regressione può presentare un segno diverso da quello atteso. Di fatto i ricercatori spinti dalla necessità hanno usato incondizionatamente nei modelli stocastici la distanza dal *CBD*, che si presenta invece come una *proxy variable* delegata a rappresentare una serie di complesse influenze sul valore dei terreni urbani; di conseguenza la forma funzionale della relazione tra il valore del terreno e la distanza dal *CBD* riflette la natura di questa variabile prima ancora della vera relazione [McDonald, Bowman (1979), p. 27].

Le relazioni che legano le variabili indipendenti del modello di regressione sono molteplici, e se ai fini statistici possono essere misurate



dai coefficienti di correlazione, ai fini estimativi vengono definite alcune relazioni notevoli che hanno rilievo interpretativo e previsivo nell'analisi di regressione intesa come procedura di stima. Una relazione notevole è rappresentata dalla cosiddetta «simultaneità» che ricorre quando una variabile esplicativa è a sua volta funzione della variabile dipendente, ossia tra loro vi è una relazione di coimplicazione. Così ad esempio si riporta il caso degli *assessors* che talvolta nelle stime immobiliari con modelli di regressione inseriscono gli ammontari di un precedente accertamento di valore come variabile indipendente [Dilmore (1981), p. 138]. Un altro esempio è rappresentato dal valore residuo o dal valore di recupero di un investimento in senso lato impiegati come variabili esplicative a loro volta condizionate in una certa misura dal valore presente; come è il caso del modello di Ellwood per la ricerca del saggio di capitalizzazione ove il valore di stima è funzione tra l'altro del valore di recupero atteso al termine del *projection period*. Si tratta dunque di prezzi o valori di stima dello stesso bene, o della stessa classe di beni cui appartiene il bene oggetto di stima, precedenti o successivi al momento di stima. Per questo motivo una volta inseriti nel modello di regressione sono condizionati e contemporaneamente condizionano il prezzo attuale.

Un'altra relazione notevole tra le variabili del modello di regressione è definita con il termine di «interazione». La radice di questa relazione è strettamente estimativa e riguarda le combinazioni di talune variabili i cui effetti sul prezzo risultano in valore maggiori o minori della somma dei valori delle variabili prese separatamente [Dilmore (1981), p. 138]. Come è facile notare l'interazione tra le variabili esprime l'emergenza estimativa della complementarietà tra le caratteristiche di un immobile. Il rapporto di complementarietà viene solitamente posto tra le parti componenti uno stesso immobile: si ritiene infatti che in un modello di regressione multipla per una o più variabili relate alla terra e altre relate agli investimenti fissi, i valori attesi possono risultare maggiori della somma del valore della terra e del valore degli investimenti considerati separatamente [Trippi (1974), p. 566]. La preoccupazione estimativa per la presenza di complementarietà tra le caratteristiche e le componenti di un immobile è ovviamente posta sul piano dell'impostazione e si risolve nella specificazione del modello di regressione. Gli effetti dell'interazione possono essere parzialmente isolati usando variabili composte, il cui impiego comporta ovviamente un dispendio di gradi di libertà [Dilmore (1981), p. 138].

Da un punto di vista statistico il problema dell'interazione trova soluzione nella scelta della forma del modello di regressione multipla procedendo da quella lineare a quelle non lineari. Da un punto di vista strettamente estimativo l'enfasi viene posta sul modello lineare che offre tali e tanti vantaggi da potere essere sostituito solo raramente dai

modelli non lineari nei casi di stima, almeno fino a quando non si disporsi di modelli non lineari altrettanto trattabili di quello lineare, ovvero si giungerà alla formulazione di un modello a priori non lineare che rappresenti univocamente le variazioni del prezzo di mercato. Occorre tuttavia ricordare che le relazioni non lineari nelle funzioni estimative sono ben note, ad esempio la relazione tra l'ampiezza di un lotto e il prezzo di mercato, l'andamento del prezzo di mercato degli immobili nel tempo e l'effetto della interazione relativa alla completezza [Colwell (1979), p. 53]. Nei modelli estimativi costruiti a fini di studio sono numerose le applicazioni di funzioni non lineari, ma comunemente linearizzabili mediante la trasformazione delle variabili o dei parametri. Ancora più diffuso risulta l'impiego di modelli non lineari nei modelli economici legati ai prezzi di mercato degli immobili.

La rappresentazione semplificata della realtà fornita dai modelli lineari è ritenuta abbastanza accettabile nelle scienze analitiche per numerosi motivi. Tra questi motivi quelli estimativi sono da ricondurre principalmente: 1) alla possibilità offerta al perito di interpretare l'analisi di regressione secondo la convenzionale logica delle valutazioni che è principalmente additiva, basata sui valori di stima unitari del modello; 2) all'opportunità in questo modo di potere seguire lo svolgimento dell'analisi di regressione in abbinamento con i procedimenti di stima convenzionali e con talune loro grandezze (*adjustment* nel *sales comparison approach* e valori unitari dei caratteri nel sistema generale di stima); 3) all'impegno di presentare i risultati delle operazioni di stima, comunque condotte, come giustificazione e dimostrazione della tesi finale di valutazione, sulla quale la committenza fonda le proprie scelte di investimento e di consumo. Non bisogna dimenticare infatti che a) la scelta delle variabili si compie in base alle aspettative di mercato dei compratori e venditori; b) nei procedimenti estimativi, ivi compresa l'analisi di regressione, sono spesso i contraenti a fornire informazioni sui dati rilevati o comunque a comprovarne spesso la veridicità c) si tratta degli stessi soggetti su cui grava l'imposizione fiscale mediante accertamenti estimativi, anche tramite l'impiego di modelli di regressione; e infine d) i clienti compiono le scelte di investimento in rapporto alle risultanze della valutazione espressa in termini correnti di operazioni di mercato. Affinché ciò avvenga nella completa consapevolezza degli operatori, per quanto riguarda i compiti affidati al perito è necessario che la presentazione dei risultati estimativi si svolga negli stessi termini per come si pone il complessivo problema delle scelte di mercato al soggetto economico.

La diffusa supremazia dei modelli lineari nella stima e i motivi addotti non escludono affatto la possibilità che nella valutazione si possano impiegare modelli non lineari. Se si considera che dalla logica analitica del *sales comparison approach* si è passati all'algoritmo dei mo-

delli di regressione lineare multipla mantenendo la plausibilità dimostrativa (in particolare verso i contribuenti) si può ritenere che è altrettanto possibile l'impiego dei modelli non lineari, è in senso lato di altri modelli ancora. Non è forse più arduo per il committente comprendere il giudizio di stima formulato con un procedimento sintetico sotto forma di stima soggettiva senza alcuna documentazione e dimostrazione, che seguire le assunzioni e l'articolazione del ragionamento estimativo? Allora il motivo per il quale sono generalmente diffusi i modelli lineari risiede nel fatto che si reputa si approssimino con sufficiente verosimiglianza alla realtà del mercato almeno agli scopi della stima. Infatti ai fini della regressione il campione estimativo è composto da immobili simili, di conseguenza l'intervallo di variazione delle modalità delle variabili intorno a quelle dell'immobile oggetto di stima è in genere ristretto e quindi la forma della funzione interpolante in quel tratto può essere considerata agli effetti pratici lineari. È bene ricordare che il perito ha una ragguardevole conoscenza del mercato immobiliare e ciò si riflette anche nella scelta degli elementi del campione estimativo.

Come si è detto le relazioni di simultaneità e interazione riguardano una o più variabili indipendenti nel loro rapporto con la variabile dipendente e quindi la forma della funzione; un'altra relazione notevole presenta un rilevante interesse estimativo e riguarda le variabili indipendenti nei loro rapporti reciproci. Questa relazione è detta di «multicollinearità» e ha importanti implicazioni di ordine statistico ed estimativo.

### 3. Multicollinearità

Nei fenomeni non sperimentali molti dati sono generati passivamente secondo uno schema proposto dai rapporti economici e sociali e la loro raccolta avviene spesso per finalità amministrative piuttosto che con finalità di ricerca, di conseguenza i dati si presentano con un implicito disegno di rilevazione e non assecondano la scelta del ricercatore [Judge ed altri (1985), p. 898]; inoltre il numero delle osservazioni nei fenomeni economici riguardanti le stime è in genere limitato, tale da non potere sostenere talvolta inferenze dal campione rilevato. L'ineadeguatezza del disegno sperimentale di raccolta dei dati si manifesta nell'esistenza di interrelazioni tra le variabili indipendenti e prende il nome di problema di collinearità [Judge ed altri (1985), p. 898].

Da un punto di vista tecnico esiste una perfetta collinearità quando vi è una esatta dipendenza lineare tra due o più colonne della matrice dei dati  $X$ ; ciò significa che non è possibile conoscere gli ammontari dei coefficienti dell'equazione normale in quanto la matrice  $X^T \cdot X$  ot-

tenuta secondo il criterio dei minimi quadrati è singolare. Si può osservare che una perfetta dipendenza lineare tra le variabili si incontra raramente in pratica perché piccoli errori di misura e di campionamento sono inevitabili. Tuttavia non si può escludere che un campione possa mostrare variabili perfettamente correlate anche se tale correlazione non riguarda l'intera popolazione; oppure che l'analista si sia servito di una variabile dicotomica i cui ammontari risultano relati linearmente con un'altra colonna della matrice dei dati e in particolare la prima; o ancora che ci si trovi dinanzi a variabili sperimentali basate su proporzioni definite, ecc. Il problema della collinearità sorge quando due o più variabili sono fortemente (ma non perfettamente) correlate; in presenza di collinearità i coefficienti dell'equazione di regressione possono essere calcolati, ma risulta spesso difficile l'interpretazione degli effetti separati dalle singole variabili esplicative. Ai fini estimativi l'effetto maggiormente evidente dovuto alla presenza di collinearità è costituito dal fatto per il quale i parametri del modello mostrano segni e ammontari differenti da quelli attesi in base alle conoscenze a priori del fenomeno di formazione del prezzo.

In termini semplificati la presenza di collinearità induce negli elementi della matrice inversa  $(X^T \cdot X)^{-1}$  valori molto grandi, e poiché si tratta proprio della matrice in base alla quale si calcolano le varianze dei coefficienti dell'equazione di regressione, i relativi intervalli di confidenza risultano più ampi di quanto sarebbero in assenza di collinearità. Quando la varianza del coefficiente di regressione è grande, l'ammontare del test  $t$  risulta piccolo portando a concludere che la corrispondente variabile non è importante nello spiegare le variazioni del prezzo ed escludendo quindi la variabile medesima non perché non ha alcun effetto sul prezzo ma semplicemente perché il campione per come è formato è inadeguato a isolare l'effetto. La collinearità può far crescere la varianza dei parametri a tal punto che nessun parametro preso singolarmente può risultare significativo, anche se l'effetto congiunto di tutte le variabili può rilevarsi significativo [Harnett, Murphy (1985), p. 701].

In presenza di multicollinearità gli ammontari e i segni posseduti dai parametri divengono sensibili a ogni modificazione nella matrice inversa, ossia all'aggiunta e/o alla sottrazione di una o più osservazioni campionarie e/o di una o più variabili esplicative.

Molte variabili estimative manifestano una potenziale collinearità, come ad esempio tra le caratteristiche tecniche la superficie e il numero dei vani; tra le variabili legate al tempo i saggi di interesse, i numeri indici dei prezzi, ecc. [Delmore (1981), p. 137].

La presenza di collinearità si può diagnosticare in diversi modi; intanto facendo riferimento alla matrice di correlazione  $R$ , ottenuta dopo avere standardizzato statisticamente i dati della matrice  $X$  nella cor-



la matrice  $Z'$  dello stesso ordine, secondo la formula seguente:

$$R = \frac{1}{m-1} Z' Z$$

si definiscono allora *variance inflation factors* (VIF) delle diverse variabili gli ammontari degli elementi della diagonale principale della matrice  $R$ , di modo che indicativamente alti valori dei VIF rivelano la presenza di collinearità. Tuttavia valori bassi dei VIF non implicano l'assenza di problemi di collinearità, ad esempio tra tre o più variabili anziché due [Belsley ed altri (1980), pp. 93-3]. Esistono altre tecniche statistiche di diagnosi della collinearità ma non trovano pratico riscontro nelle applicazioni estimative.

In queste applicazioni, poiché la finalità è previsiva, la presenza di multicollinearità può non richiedere particolari correzioni se l'accostamento del modello ai dati osservati è elevato. Se la collinearità permane in presenza di nuove osservazioni e la specificazione del modello non cambia, il modello fornirà ancora uno stretto accostamento tra valori stimati e valori osservati e le previsioni basate sul modello risulteranno prossime ai nuovi valori osservati poiché le stime dei coefficienti sono non distorte [Harnett, Murphy (1985), p. 702]. Inoltre le previsioni non appariranno severamente modificate neanche per l'eliminazione di una variabile che risultasse altamente correlata con il set delle altre variabili in quanto l'assenza di questa variabile rispetto alla vera specificazione del modello non modificherebbe gli effetti combinati delle variabili collineari che resterebbero relativamente neutri, sebbene tale assenza indurrebbe un corrispondente errore di specificazione [Harnett, Murphy (1985), p. 702]. Dunque da un punto di vista estimativo la collinearità non costituisce in linea di principio un serio problema se lo scopo del modello è appunto la previsione [Weaver (1976), p. 34]; tuttavia l'eventuale mancanza di plausibilità estimativa nei segni e negli ammontari dei parametri impone la ricerca di strumenti per fronteggiare gli effetti della collinearità.

Il problema della multicollinearità è legato dunque alla composizione della matrice dei dati e non agli aspetti statistici dell'equazione normale di regressione [Belsley ed altri (1980), p. 86]. Di conseguenza una soluzione consiste nell'incorporare più informazioni nella matrice dei dati: a) sotto forma di nuovi dati, b) di trasformazione o aggregazione delle variabili esplicative, c) di restrizioni a priori fondate su relazioni teoriche espresse come stime statistiche preventive di alcuni coefficienti, e d) di informazioni soggettive in genere [Judge ed altri (1985), pp. 896-7].

L'introduzione di nuovi dati è la soluzione più ovvia tenuto conto che la collinearità è un problema di dati. I dati-aggiunti dovrebbero

provvedere a introdurre una variazione nel grado di dipendenza lineare delle variabili rispetto ai dati originali. Qualora sia possibile rilevare nuovi dati, non vi è in genere alcuna garanzia che questi dati apporteranno informazioni indipendenti, di conseguenza questa soluzione sembra avere scarsa importanza pratica [Belsley ed altri (1980), pp. 193-4].

La trasformazione delle variabili obbedisce alla regola di creare una nuova variabile espressa come funzione di correnti o passati valori di un'altra definita variabile; una trasformazione largamente usata è la differenza prima di una variabile temporale [Harnett, Murphy (1985), pp. 703-4]. L'aggregazione delle variabili consiste invece nel combinare due o più variabili in un'unica variabile composta che fornisca le stesse informazioni, ad esempio quattro tassi di interesse altamente correlati possono essere sostituiti da un unico saggio ponderato, ecc. [Harnett, Murphy (1985), pp. 703-4]. Una variabile composta può essere formata solo se le variabili incluse offrono una interpretazione combinata; statisticamente occorre che queste variabili siano altamente correlate tra loro e ciascuna presenti invece una bassa correlazione con le restanti variabili esplicative [Harnett, Murphy (1985), pp. 703-4]. La rimozione delle variabili più gravemente affette da collinearità dal modello di regressione provoca un errore di specificazione che si può tentare di correggere con la sostituzione con altre variabili meno collineari in grado comunque di rispettare il significato teorico del modello.

La stima esterna al modello di regressione dei coefficienti dell'equazione relativi alle variabili collineari, laddove ricorrono le condizioni, può indurre qualche beneficio nel fronteggiare il problema di multicollinearità, e da un punto di vista estimativo può rappresentare un ponte di collegamento tra i metodi convenzionali e l'analisi di regressione. Le stime esterne dei coefficienti del modello si devono ovviamente circondare di precauzioni e di una solida conoscenza a priori del fenomeno in studio.

Da un punto di vista statistico la soluzione relativa all'introduzione di informazioni nel modello di regressione può essere formalmente presentata secondo Theil e Goldberger [Theil (1971); Theil, Goldberger (1961)]. Secondo questo schema le informazioni fornite dal campione rilevato vengono integrate con nuove osservazioni aggiuntive operando direttamente sulla matrice dei dati. Richiamata l'equazione di regressione relativa al campione originario:

$$y = X\beta + e,$$

avendo posto  $M(e)=0$  e  $V(e)=\Sigma$ , dove quest'ultima è una matrice di ordine  $m, m$ , le ulteriori informazioni sono proposte sotto la forma di  $q$  nuove osservazioni. Queste ultime danno luogo a loro volta a una seconda equazione dello stesso tipo:

$$h = H\beta + f,$$

nella quale si assume che  $M(f)=0$  e  $V(f)=\Sigma_2$ , dove quest'ultima è una matrice di ordine  $q \cdot q$ .  $H$  è la matrice dei dati integrativi di ordine  $q(n+1)$ ,  $h$  è il vettore dei relativi prezzi e  $f$  è un vettore casuale indipendente da  $e$ . Combinando le due equazioni precedenti si giunge all'equazione di regressione integrata nella forma seguente:

$$\begin{bmatrix} y \\ h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X \\ H \end{bmatrix} \beta + \begin{bmatrix} e \\ f \end{bmatrix}.$$

Se  $\Sigma_1$  e  $\Sigma_2$  sono noti il criterio dei minimi quadrati conduce al vettore degli stimatori dei parametri:

$$(2) \quad b = (X^T \Sigma_1^{-1} X + H^T \Sigma_2^{-1} H)^{-1} (X^T \Sigma_1^{-1} y + H^T \Sigma_2^{-1} h);$$

in pratica la matrice  $\Sigma_1$  è stimata usualmente da  $s^2 I$  e la matrice  $\Sigma_2$  è specificata dall'analista [Belsley ed altri (1980), pp. 195-6; Judge ed altri (1985), pp. 57-8].

Vi sono ancora altre soluzioni non tradizionali al problema della collinearità che tuttavia non rivestono finora rilevanza estimativa. Vi sono inoltre talune procedure sviluppate con l'intento di cogliere maggiori informazioni dal campione rilevato quando non è possibile ottenere ulteriori informazioni concrete o l'analista non possiede o non ritiene di possedere una esatta conoscenza della distribuzione a priori. Queste procedure presentano un interesse estimativo in quanto trovano pratica applicazione e includono la *ridge regression*, la regressione per componenti principali [Milanese (1987); Morton (1977), pp. 579-83], la *latent root regression* [Reichert, Moore (1986)] e varie procedure di selezione delle variabili.

#### 4. Ridge Regression

Un modo per esporre le premesse logiche della *ridge regression* consiste nel fare riferimento alla procedura seguita per incorporare ulteriori informazioni nel modello di regressione secondo lo schema presentato. Assumendo:  $H = A$  con  $A^T A = I$ ,  $\Sigma_1 = \sigma^2 I$ ,  $\Sigma_2 = \lambda^2 I$  e il vettore casuale pari a zero, preso cioè come un set di costanti, e dopo aver posto  $k = \sigma^2/\lambda^2$ , gli ammontari dei parametri  $b$ , stimati con la *ridge regression* si ottengono in base alla precedente formula (2), operando le relative sostituzioni, secondo la seguente relazione:

$$(3) \quad b_r = (X^T X + k I)^{-1} X^T y.$$

Il calcolo del vettore  $b$ , si svolge in pratica aumentando la diagonale principale della matrice  $X^T X$  di una quantità  $k$ . Il parametro  $k$  è dunque secondo questa interpretazione riassume in sé i risultati di tutte le precedenti assunzioni relative alle osservazioni integrative e alla natura e alle caratteristiche degli errori. Ovviamente lo schema iniziale dal quale si è ottenuta la formula (3) permette di introdurre le informazioni a priori, qualora se ne disponga in tutto o in parte, in maniera meno sintetica e apodittica di quella proposta dalla *ridge regression* (Belsley ed altri (1980), p. 196].

Gli stimatori *ridge* sono in genere presentati attraverso la matrice standardizzata  $Z$  e in funzione dei valori di  $k$  assegnati nel modo seguente:

$$b_r(k) = (Z^T Z + k I)^{-1} Z^T y.$$

Nelle applicazioni pratiche il numero  $k$  è usualmente compreso tra 0 e 1, per  $k=0$  la relazione della precedente formula (3) si riconduce al criterio dei minimi quadrati ordinari della formula (1).

L'impiego della *ridge regression* parte dall'assunzione secondo cui per il suo tramite si induce un errore standard minore di quello indotto dalla regressione ordinaria; un teorema stabilisce infatti che esiste sempre un  $k^* > 0$  tale che si giunge alla disuguaglianza  $s(k^*) < s(0)$ . La questione pratica si pone allorché si osserva che l'ammontare dell'errore standard dipende da  $\sigma^2$  e da  $\beta$  della popolazione, i quali a loro volta non sono conosciuti; allora sebbene  $k^*$  esiste non vi è alcun modo di conoscere in uno specifico problema pratico se si è ottenuto il valore di  $k$  che induce un più basso ammontare dell'errore standard rispetto alla regressione ordinaria [Draper, Smith (1981), p. 316]. Si può costruire un grafico bidimensionale nel quale gli ammontari dei coefficienti *ridge*  $b_r(k)$  vengono rappresentati in funzione dei diversi valori di  $k$ , in modo da ottenere un insieme di curve ciascuna relativa a un coefficiente. Hoerl e Kennard suggeriscono di scegliere un valore di  $k$  da applicare alla *ridge regression* in base alla stabilità dei coefficienti al crescere di  $k$  mostrata dal relativo diagramma, e di tenere conto dei segni e degli ammontari dei coefficienti nonché dei valori dei  $VIF$  (22). Nelle applicazioni estimative si ricorre in concreto a valori di  $k$  compresi tra 0,1 e 0,4 [Anderson (1979), pp. 48-9; Reichert ed altri (1985), p. 18; Sweetland, Colclough (1986), p. 296].

La presenza di collinearità tra le variabili esplicative è connessa al campione estimativo anche se può variare da campione a campione. Nel caso in cui la collinearità è contenuta in limiti accettabili le ragioni che sostengono l'uso della *ridge regression* vengono meno e il suo impiego conduce a un errore di distorsione nella stima dei coefficienti con conseguenti valutazioni meno accurate [Sweetland, Colclough (1986),

pre 296]. Per questi motivi occorre accertare preventivamente l'esistenza di collinearità nel campione rilevato; si ritiene in generale che valori dei  $VIF$  compresi tra 4 e 5 siano da considerare segnali di collinearità, in particolare nei campioni estimativi si suggerisce l'applicazione della *ridge regression* per valori dei  $VIF$  compresi tra 5 e 10 [Swel-land, Golclough (1986), pp. 298-9]. Il vantaggio di ridurre la collinearità con la *ridge regression* è evidente quando la collinearità è causa di segni incorretti e di notevoli cambiamenti negli ammontari dei coefficienti in seguito a cambiamenti nel set dei dati e nel numero e nella composizione delle variabili, e nelle situazioni in cui non si possono eliminare le variabili collineari, perché ad esempio costituiscono un indice economico rilevante [Belongia (1979), p. 36].

Come si è detto ai fini puramente previsivi la presenza di collinearità assume minore importanza nell'analisi se l'accostamento del modello ai dati può considerarsi buono; ai fini estimativi che pur rientrano nelle finalità previsive la presenza di collinearità pone in antitesi l'accostamento del modello nella previsione del valore di stima con la presenza di ammontari dei parametri che differiscono dalle aspettative a priori legate alla conoscenza e alla logica del mercato, oltre che con l'eventuale comparsa di parametri statisticamente non significativi. E poiché la formulazione del giudizio di stima passa attraverso la interpretazione del fenomeno di mercato e tiene conto del complesso delle cause e concause che determinano il prezzo, tutti gli elementi collaterali al giudizio di stima finale, anche sotto forma di stime unitarie, non possono essere in contraddizione nell'iter metodologico con il risultato finale, ossia devono apparire circostanziati e plausibili e non essere una mera conseguenza dell'esistenza di interrelazioni tra i dati osservati o il portato di operazioni algebriche svolte con il modello di regressione. Nella valutazione dunque i fini previsivi e i fini interpretativi devono essere contemporanei.

Nella letteratura estimativa la stabilità (e la plausibilità) dei parametri del modello di regressione è tenuta nella massima considerazione [Reichert ed altri (1985), p. 18; Anderson (1979), p. 51; Curcio ed altri (1981), p. 46; Newell (1982)]; la stabilità dei parametri infatti riguarda: a) uno stesso campione riguardo l'aggiunta o l'eliminazione di una o più osservazioni, e non tanto rispetto alle variabili esplicative che una volta fissate in una casistica concreta sono soggette in minore misura ad aggiunte o sottrazioni tenuto conto che si riferiscono a caratteristiche tecniche e a evidenti e note (all'operatore) condizioni di mercato; b) differenti campioni estratti da una stessa popolazione; c) campioni estratti da diverse popolazioni di compravendite di immobili posti ad esempio in differenti zone di uno stesso comprensorio; d) uno stesso campione nell'arco di un definito periodo di tempo. Le prime tre evenienze si riferiscono a casistiche con un crescente grado di dissimi-

glianza la cui esistenza non può essere esclusa a priori, l'ultima evenienza riflette il fatto che i modelli estimativi sono generalmente monodimensionali in senso economico. Pur essendovi nel modello estimativo variabili di tipo temporale, come ad esempio la data di compravendita, il tempo di fatto non entra in modo dinamico. Tuttavia la stabilità dei parametri nel tempo contribuisce all'affidabilità complessiva del modello e della stima; la presenza di collinearità in campioni ripetuti nel tempo a parità delle altre condizioni può condurre a una instabilità intertemporale dei parametri e infirmare in ultima istanza le conclusioni della stima. Questa instabilità intertemporale sulla corretta interpretazione dei valori unitari in particolare delle variabili esplicative soggette a spontanee variazioni nel tempo in conseguenza di rapidi cambiamenti nell'ambiente economico; un esempio per tutti è offerto dagli effetti della crisi energetica che hanno indotto una variazione di importanza relativa nelle caratteristiche degli immobili quali il riscaldamento e l'insolazione [Curcio ed altri (1981), p. 46].

L'apporto della *ridge regression* alla soluzione del problema della collinearità conviene che venga sempre mantenuto nell'ambito dei suoi presupposti statistici. La *ridge regression* rispecchia la soluzione dei minimi quadrati con l'aggiunta di alcune informazioni esterne riguardo i parametri, che si concretano nella assunzione di un singolo valore di  $k$ ; dunque si introducono informazioni a priori in realtà senza specificarle compiutamente [Draper, Smith (1981), pp. 321-2]. Come è ovvio l'impiego della *ridge regression*, come di qualsiasi altro metodo o procedimento di stima, senza che si realizzino le condizioni previste nelle sue ipotesi di base è sempre da evitare [Brown, Beattie (1975)].

## 5. Applicazioni speciali

Il campo di applicazione dell'analisi di regressione nella metodologia di valutazione è molto vasto e non si esaurisce nella costruzione *tout court* del modello. Come si è veduto l'analisi di regressione ai fini della stima segue un preciso schema statistico secondo definite specificazioni estimative; tale schema solitamente procede nella *ridge regression* in presenza di collinearità. Esistono altre applicazioni dell'analisi di regressione nel settore delle stime, come anche tecniche estimative che integrano i processi statistici oppure interpretano i risultati della regressione mettendoli in relazione con quelli dei convenzionali procedimenti di stima. Hanno inoltre interesse talune tecniche statistiche di analisi dei dati (*discriminant analysis*) impiegate nelle procedure di regressione. Nella esposizione seguente sono riportate le principali tecniche che presidono le applicazioni speciali dell'analisi di regressione, presentate secondo un ordine di crescente interesse estimativo rispetto a quello statistico.

La *rank transformation regression* applicata nel settore delle valutazioni è un'analisi di regressione svolta, anziché sui dati originari, sui dati preliminarmente trasformati dalla scala cardinale nella quale si trovano a una scala ordinale [Perry ed altri (1986)]. In pratica gli ammontari di ciascuna variabile vengono ordinati in senso crescente e a ciascun dato viene attribuito il numero corrispondente al posto che occupa nella scala ordinale; al dato minore vien dunque assegnato il numero 1 e a quello maggiore il numero  $m$ ; quando due o più dati presentano lo stesso ammontare i corrispondenti dati trasformati assumono la media dei numeri dei posti occupati di modo che in definitiva la somma dei dati trasformati per ciascuna variabile risulta costante per tutte le variabili e pari a  $m(m+1)/2$ . Una volta trasformate le variabili si impiega l'analisi di regressione secondo i criteri ordinari. Se si indica con  $U$  la matrice dei dati trasformati dello stesso ordine della matrice dei dati originari e con  $y$ , il vettore dei prezzi trasformati, l'equazione normale della *rank transformation regression* si presenta come segue:

$$b_u = (U^T U)^{-1} U^T y_u$$

Il vettore dei dati relativi all'immobile oggetto di stima  $u_0$  si ottiene interpolando linearmente per ciascuna variabile i dati originari nelle corrispondenti scale ordinali in modo che risulti:

$$u_0^T = [1 \ u_{01} \ u_{02} \ \dots \ u_{0n}] ;$$

la stima puntuale dell'immobile da valutare ottenuta con la *rank regression* si ricava dalla relazione che segue:

$$\hat{y}_{0u} = u_0^T b_u$$

Il valore di stima essendo espresso in termini ordinali viene riportato in termini cardinali con la stessa procedura di interpolazione condotta in senso opposto.

Le considerazioni sull'applicazione della *rank transformation regression* si fondano su un presupposto prettamente estimativo che sancisce una sorta di sovranità del perito nella scelta dei dati da rilevare, nei punteggi da attribuire alle variabili qualitative, nel procedimento di valutazione da seguire e nelle sue varianti, nella stima dei parametri esterni, nell'impiego dei test di verifica, nelle operazioni finali di *reconciliation* e così di seguito. Se si riconosce al perito questa sovranità in termini di giudizio di stima, allora si può ammettere che con un definito criterio possa operare direttamente sui dati rilevati trasformandoli ai fini della sua analisi; nel caso della stima ciò vuol dire che occorre conoscere i presupposti e le condizioni poste dal criterio prescelto e dal procedimento adottato. Il vantaggio più evidente della *rank*

*regression* si rileva nell'eliminazione degli effetti dovuti alla presenza degli outliers; un altro vantaggio di carattere aleatorio è rappresentato da un presunto effetto sulla collinearità dovuto alla trasformazione dei dati eventualmente collineari nel set originario [Perry ed altri (1986), p. 63]. Una critica risiede nella difficile interpretazione pratica dei parametri e del loro contributo marginale al prezzo [Perry ed altri (1986), p. 63]. Inoltre la trasformazione delle *dummy variables* modifica il rapporto relativo tra i dati pur rispettandone la distribuzione. A questa tecnica di analisi vengono attribuite alcune qualità: l'operatività su piccoli campioni per una maggiore accuratezza delle procedure rispetto ad altre, la compatibilità con i procedimenti estimativi tradizionali e il rispetto delle assunzioni statistiche relative ai modelli di regressione multipla [Perry ed altri (1986), p. 63]. La valenza di queste qualità appare parziale e condizionata al verificarsi di talune circostanze da definirsi.

Il *price-quality regression model* applica l'analisi di regressione semplice tra un regressore fittizio, ottenuto con un processo di trasformazione e aggregazione dei dati relativi alle caratteristiche degli immobili, e il prezzo di mercato tal quale. La premessa metodologica della *price-quality regression* parte dalla considerazione secondo cui il *sales comparison approach*, individuate le caratteristiche degli immobili da prendere in considerazione ai fini della stima, procede attraverso una serie di aggiustamenti svolti per ciascuna caratteristica sui prezzi di mercato degli immobili di confronto per pervenire alla stima dell'immobile di riferimento. Seguendo questo iter, il procedimento considera indipendenti le diverse caratteristiche e i loro effetti sul prezzo, e per questo motivo si ritiene non rispecchi il comportamento seguito sul mercato dai compratori che basano invece la loro offerta di un prezzo rispetto all'immobile nel suo complesso anziché sui singoli componenti considerati separatamente [Grisson ed altri (1987), p. 48; Ratcliff, Swan (1972), p. 69]. Se si accede a questa argomentazione allora si può ripetere che il *sales comparison approach* non riflette in modo fedele il comportamento degli operatori del mercato, di conseguenza si deve ricorrere a un procedimento che in qualche misura rispecchi le decisioni dei compratori facendo in modo di includere in un'unica variabile fittizia l'insieme delle caratteristiche rilevanti. A questo punto la relazione con il prezzo di mercato può essere spiegata con l'analisi di regressione semplice, e il valore di stima può essere previsto mediante l'interpolazione. Per ottenere gli ammontari della variabile fittizia è necessario dapprima stabilire il peso  $w_i$  da attribuire a ciascuna caratteristica presa in considerazione in modo tale che  $\sum_{i=1}^n w_i = 1$ ; quindi dopo avere ordinato (*ranking*) per ogni caratteristica gli immo-

bili di confronto e l'immobile oggetto di stima secondo un'ordine crescente, si assegna (*rating*) un punteggio  $p_i$  all'intersezione dell'immobile  $j$  con la caratteristica  $i$ ; ivi comprendendo l'immobile oggetto di stima. Dopo di che si passa alla ponderazione dei punteggi assegnati (*weighted rating*) secondo l'importanza relativa attribuita a ciascuna caratteristica giungendo così ai punteggi ponderati  $p_i/w_i$ . Gli ammonari della variabile fittizia si ottengono dalla somma dei punteggi ponderati delle diverse caratteristiche per ciascun immobile. Secondo la solita simbologia, la matrice dei dati  $\mathbf{P}_w$  si presenta allora come segue:

$$\mathbf{P}_w = \begin{bmatrix} 1 & \sum_{i=1}^n \frac{p_{i1}}{w_i} & \dots & \sum_{i=1}^n \frac{p_{in}}{w_i} \\ 1 & \sum_{i=1}^n \frac{p_{i2}}{w_i} & \dots & \sum_{i=1}^n \frac{p_{in}}{w_i} \\ 1 & \dots & \dots & \sum_{i=1}^n \frac{p_{in}}{w_i} \end{bmatrix};$$

e l'equazione normale del *price-quality regression model* a sua volta si rappresenta nel modo seguente:

$$(4) \quad \mathbf{b}_p = (\mathbf{P}_w^T \mathbf{P}_w)^{-1} \mathbf{P}_w^T \mathbf{y}.$$

Poiché si è provveduto ad assegnare i punteggi e a ponderarli anche per l'immobile oggetto di stima, il relativo vettore dei dati  $\mathbf{p}_0$  risulta essere pari a:

$$\mathbf{p}_0^T = \left[ 1 \quad \sum_{i=1}^n \frac{p_{oi}}{w_i} \right],$$

che interpolato nel modello di regressione conduce alla stima puntuale dell'immobile da valutare pari a:

$$\hat{y}_{op} = \mathbf{p}_0^T \mathbf{b}_p.$$

Nonostante i presupposti sui quali si fonda la *price-quality regression* rispetto alle ipotesi del *sales comparison approach* si ritiene che la forma standard di questa regressione non riproduce integralmente la circostanza relativa al concorso delle caratteristiche sul prezzo complessivo di un immobile per come queste vengono considerate spontaneamente dal mercato. Infatti è necessaria una preventiva ponderazione delle caratteristiche in base a considerazioni di ordine soggettivo

da parte del perito, insieme all'assegnazione dei punteggi alle caratteristiche.

Se per certe finalità di stima (*memoranda R41b e R41c del Federal Home Loan Bank Board*) è richiesto di rendere in qualche modo meno soggettivo il processo di ponderazione delle caratteristiche degli immobili e al contempo maggiormente realistica rispetto alle evidenze del mercato l'attribuzione dei punteggi, allora viene proposta la *matched pairs analysis* [Grisson ed altri (1987)] che deriva dal *price-quality regression model* e consiste nell'assegnare a tutte le caratteristiche dell'immobile oggetto di stima il punteggio pari a 3, e agli immobili di confronto il punteggio pari a 1, 3 o 5 a seconda che per una data caratteristica risultino di ammontari minori, eguali o maggiori, oppure peggiori, eguali o migliori, ecc. rispetto all'immobile oggetto di stima assunto come base della comparazione. In tal modo l'immobile stimando funge da pivot della comparazione e della successiva valutazione e il criterio adottato riflette con buona approssimazione il ragionamento comparativo dei compratori nelle aspettative di acquisto. Ovviamente possono essere impiegate scale di punteggi più dettagliate e con misure frazionarie se le differenze nelle caratteristiche sono più specificamente percepite.

Per quanto attiene la fissazione dei pesi da attribuire alle caratteristiche in esame nel problema di stima, si procede confrontando le comparavendite rilevate tra loro. Stabilito che il numero dei confronti utili delle  $m$  compravendite prese a due a due per ciascuna caratteristica è pari a  $m(m-1)/2$ , prese in considerazione due compravendite generiche di indici  $j$  e  $g$  (con  $j \neq g$ ), si definisce aggiustamento unitario  $a_{jg}$  per ciascuna caratteristica  $i$  il rapporto seguente [Grisson ed altri (1987), p. 52]:

$$a_{jg} = \frac{y_j \cdot y_g}{y_i (p_j - p_g)},$$

dove secondo la solita simbologia con  $y$  e  $y$  sono indicati i prezzi di mercato e con  $p_j$  e  $p_g$  i punteggi assegnati rispettivamente alle compravendite  $j$  e  $g$  per la caratteristica  $i$ , con  $i = 1, 2, \dots, n$ . Il rapporto  $a_{jg}$  attribuisce provvisoriamente l'intera differenza di prezzo unitario tra due compravendite alla prima caratteristica considerata; nei passi successivi svolti per ciascuna caratteristica la differenza residua di prezzo viene in pratica ridistribuita alle diverse caratteristiche. Ovviamente l'ordine di inserimento delle caratteristiche nell'analisi deve essere stabilito a priori secondo gli schemi del *sales comparison approach* di cui l'aggiustamento  $a_{jg}$  è un precursore del definitivo *adjustment*. Costruendo una matrice simmetrica degli  $m \cdot m$  accoppiamenti relativi a una caratteristica alla volta, si procede alla scelta di un aggiustamento

unitario  $q$  in base a un criterio fondato sull'esame della distribuzione di frequenza, della media e della varianza degli aggiustamenti unitari da applicare per quella caratteristica: tale aggiustamento è in genere costituito dal valore atteso  $M(q)$ . Conoscendo gli aggiustamenti unitari medi per ciascuna caratteristica, i nuovi pesi  $W_i$  ottenuti dall'analisi dei dati di mercato, come richiesto dai *memoranda* del FHLBB, si determinano nel modo seguente:

$$W_i = \frac{a_i}{\sum_{i=1}^n a_i}$$

I pesi delle caratteristiche così calcolati insieme ai punteggi fissati si inseriscono nella matrice dei dati  $P_w$  del convenzionale *price-quality regression model* che conduce al valore di stima ricercato tramite la formula (4). Oppure una volta che si dispone degli aggiustamenti unitari medi si può seguire direttamente il *sales comparison approach* operando sui prezzi di mercato degli immobili di confronto secondo il relativo schema estimativo. In tal modo la *matched pairs analysis* incorpora al contempo la logica e lo svolgimento del *sales comparison approach* e della *price-quality regression* [Grissom ed altri (1987), p. 67].

L'analisi di regressione intreccia dunque stretti rapporti con i convenzionali procedimenti di stima; accanto a quelle descritte altre tecniche, solitamente di minore rilievo metodologico, sono state messe a punto prevalentemente in operazioni sussidiarie, in impieghi misti e nell'interpretazione dei risultati. Così nel caso della stima dei parametri del modello di regressione è possibile incorporare le conoscenze a priori sul fenomeno espresse come stime esterne dei parametri e della loro varianza [Curcio ed altri (1981)]. Gli stessi parametri possono essere utilizzati direttamente come stime degli aggiustamenti unitari nel *sales comparison approach* [Appraisal Institute of Canada (1980), p. 58]. Talvolta i risultati del modello di regressione devono essere correlati con i risultati dei convenzionali procedimenti di stima nella convinzione secondo la quale le stime combinate sono da considerare più accurate rispetto a quelle indipendenti [Andrews, Ferguson (1986), p. 74].

Taluni problemi presentati dai modelli di regressione multipla negli impieghi estimativi possono essere affrontati con la segmentazione, la stratificazione e la partizione delle osservazioni in sottogruppi, ognuno dei quali viene trattato come un set indipendente di osservazioni ai fini dell'analisi [Jensen (1977), p. 2; Tehira (1979)]. La formazione dei sottogruppi si svolge tramite alcuni criteri basati sui prezzi di mercato, sulle zone geografiche, sull'analisi dei residui del modello di regressione, ecc. Il criterio fondato sul prezzo di mercato intende seguire il comportamento di un tipico compratore nelle operazioni di acqui-

sto, presumendo che l'acquirente dapprima fissa l'intervallo di prezzo che intende offrire e successivamente definisce le possibili zone di ubicazione dell'immobile [Gress (1973), pp. 387-9; Shenkel (1978), p. 326]. In base a questo criterio le osservazioni vengono suddivise in sub-campioni di compravendite con prezzi maggiormente prossimi, sempre che si mantenga una certa variabilità nelle modalità delle caratteristiche e i dati siano sufficientemente numerosi. Il criterio fondato sulle zone geografiche assume che gli immobili spazialmente più vicini mostrano in genere caratteristiche comuni; in questo modo il criterio tiene anche conto degli effetti della presenza di poli quali ad esempio scuole, ospedali, ecc. e anche di altri caratteri quali il flusso di traffico, le situazioni etniche, ecc. che insieme alle caratteristiche intrinseche influenzano il prezzo di mercato [Jensen (1977), p. 5]. Tuttavia il criterio geografico può operare in maniera soddisfacente in zone ove gli immobili mostrano notevole uniformità e in particolare nelle zone di nuova costituzione. Un altro criterio è costituito dall'analisi dei residui tra prezzi rilevati e valori interpolati, svolta in modo da individuare sub-campioni sulla base di residui similari in termini di ammontari e di segno. In pratica le osservazioni campionarie che mostrano residui simili sono scelte a formare un sub-campione sul quale applicare l'analisi di regressione; oppure talvolta, come viene proposto dai pratici, nel modello originario si computa il residuo medio del sottogruppo nel quale si ritiene compreso l'immobile stimando allo scopo di ottenere il valore di stima senza ricorrere a un nuovo modello per il sottogruppo; oppure ancora includendo successivamente nel modello originario una variabile dicotomica relativa alle zone individuate dai sub-campioni [Jensen (1977), p. 7].

## 6. Conclusioni

Da un punto di vista estimativo l'analisi di regressione può essere impiegata insieme ai tradizionali procedimenti di stima [Appraisal Institute of Canada (1980), p. 52]. L'analisi di regressione infatti non sostituisce gli altri procedimenti di stima [Appraisal Institute of Canada (1980), p. 54; Weaver (1976), p. 38], e anzi può essere considerata come un ulteriore procedimento di stima [Society of Real Estate Appraisers (1979), pp. 13-31], che utilizza il maggior numero di informazioni quantitative e richiede solitamente un minore numero di stime esterne rispetto ai procedimenti convenzionali [Dilmore (1981), p. 151]. La principale differenza nei confronti di questi procedimenti risiede nell'applicazione dei test di verifica [Society of Real Estate Appraisers (1979), p. 6-12]. L'analisi di regressione consentendo l'uso di questi test permette di provare i risultati, e talvolta anche i dati di base, e come tutti



processi statistici aiuta nell'accertamento dei rischi conosciuti. I risultati dell'analisi di regressione derivano dunque da uno schema concettuale e da una procedura di calcolo differenti da quelli dei procedimenti convenzionali, fondati sull'inferenza campionaria (procedimenti sintetici), sul problema finanziario della capitalizzazione dei redditi (procedimenti analitici), sulla comparazione estimativa (*sales comparison approach* e sistema generale di stima) e sull'analisi del costo (*cost approach*). In particolare l'analisi di regressione, il *sales comparison approach* e il sistema generale di stima fanno riferimento a una medesima organizzazione dei dati rilevati per le compravendite di confronto e per le caratteristiche rilevanti. Nel *sales comparison approach* la stima del valore di mercato segue l'analisi di un numero ridotto di compravendite di immobili simili all'immobile oggetto di stima, aggregati da un numero minimo di 3 a 10 e oltre [Shenkel (1978), pp. 319-20]; nell'analisi di regressione è necessario un maggior numero di dati e le capacità previste del modello crescono all'aumentare dei dati disponibili in rapporto alle variabili prese in considerazione, il cui compito consiste nello spiegare la maggior parte possibile delle variazioni del prezzo di mercato. Il sistema generale di stima non presenta in linea teorica la necessità di un numero minimo di dati, né di una loro stretta similarità; tuttavia al crescere del numero dei dati di confronto, fermo restando il numero delle caratteristiche, la matrice dei dati rettangolare con  $m > n + 1$  dà luogo a una serie di sottosistemi pari al numero delle combinazioni delle  $m$  compravendite di confronto prese a  $n + 1$  alla volta, per limitarsi alle comparazioni complete rispetto ai confronti. In queste condizioni il sistema di stima migliora le proprie capacità previste all'aumentare delle simulazioni di stima, rispettando l'essenza della comparazione estimativa e la sua natura aleatoria, anche se ciò comporta un consistente aumento delle operazioni di calcolo.

La relazione che lega il modello di regressione e il sistema generale di stima può essere messa in evidenza partendo dalla matrice dei dati  $\mathbf{X}$  di ordine  $m$ . ( $n + 1$ ); da questa matrice si passa alla matrice dei coefficienti  $\mathbf{D}$  nel sistema di stima attraverso la traslazione degli assi in corrispondenza del vettore dei dati  $x_j^i$  relativo all'immobile oggetto di stima in modo da giungere alla matrice che segue dello stesso ordine della matrice dei dati:

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} 1 & x_{11} - x_{01} & x_{12} - x_{02} & \dots & x_{1n} - x_{0n} \\ 1 & x_{21} - x_{01} & x_{22} - x_{02} & \dots & x_{2n} - x_{0n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & x_{m1} - x_{01} & x_{m2} - x_{02} & \dots & x_{mn} - x_{0n} \end{bmatrix}$$

Detto  $\mathbf{s}$  il vettore di stima formato dal valore di stima ricercato. Se dai valori  $s_i$  relativi ai singoli caratteri, il sistema generale di stima si presenta nella forma seguente:

$$\mathbf{D} \mathbf{s} = \mathbf{y}.$$

Premoltiplicando entrambi i membri per  $\mathbf{D}^T$  si ottiene la relazione:

$$\mathbf{D}^T \mathbf{D} \mathbf{s} = \mathbf{D}^T \mathbf{y}.$$

Questa relazione risolta per il vettore di stima  $\mathbf{s}$  conduce all'espressione seguente:

$$\mathbf{s} = (\mathbf{D}^T \mathbf{D})^{-1} \mathbf{D}^T \mathbf{y},$$

che rappresenta la soluzione dei minimi quadrati dell'analisi di regressione svolta sui dati trasformati rispetto all'immobile oggetto di stima, purché la matrice  $\mathbf{D}^T \mathbf{D}$  sia non singolare e il problema di regressione espresso nei termini statistici propri. Ai fini del risultato numerico il vettore di stima  $\mathbf{s}$  rappresenta il vettore dei parametri del modello, mentre le modalità di risoluzione rimangono le stesse. Dunque ricorrendo la condizione di comparazione completa, l'analisi di regressione e il sistema di stima presentano un punto di congiunzione nel similitudismo e nelle modalità di calcolo: figuratamente l'intercetta è pari al valore di stima essendo gli assi traslati in corrispondenza dal vettore dei dati dell'immobile oggetto di stima. Poiché la traslazione degli assi non modifica la pendenza dell'iperpiano di regressione, l'interpretazione degli altri parametri del modello è equivalente a quella dei valori unitari del sistema di stima, ed esprime il contributo marginale delle variabili o delle caratteristiche al prezzo di mercato. Dunque grazie alla configurazione della matrice  $\mathbf{D}$  del sistema generale di stima, la comparazione estimativa trova almeno sul piano formale un naturale svolgimento metodologico nell'analisi di regressione.

Il sistema generale di stima considerato autonomamente pone il problema della risoluzione estimativa nella composizione della matrice dei coefficienti riguardando il numero dei confronti tra ciascun immobile di confronto e l'immobile oggetto di stima (pari al numero delle compravendite rilevate) e il numero delle caratteristiche. Il caso in cui  $m = n + 1$  raffigura la condizione necessaria (ma non sufficiente) per una comparazione completa rispetto ai confronti, per la quale il corrispondente sistema presenta un'unica soluzione. Se si interpreta in questo caso il sistema di stima come modello di regressione è necessario rilevare che mentre sono soddisfatte le assunzioni statistiche, con l'ipotesi della comparazione completa viene violata la condizione 2) relativa

al numero delle osservazioni rispetto al numero delle caratteristiche. In modo figurato l'iperpiano di regressione in questo caso passa esattamente per i punti osservati. Nel caso di una matrice dei coefficienti rettangolare (con  $m > n + 1$ ) il sistema di stima pone la risoluzione estimativa nel set dei sottosistemi relativi alle comparazioni complete che si possono comporre con i dati disponibili in rapporto alle caratteristiche considerate; di conseguenza il problema di stima al livello elementare di ogni sottosistema si pone negli stessi termini veduti nel caso della comparazione completa, mantenendo gli stessi significati e le stesse relazioni con l'analisi di regressione.

Il sistema generale di stima pone il valore di stima pari al valore atteso della corrispondente variabile casuale basata sulla combinazione delle osservazioni; l'analisi di regressione dal canto suo giunge al valore di stima attraverso l'interpolazione nell'iperpiano che passa attraverso i punti osservati, in entrambe le circostanze la natura aleatoria della previsione è rispettata pur mantenendosi le peculiarità dei due procedimenti. Ciò può fare ritenere accettabile il ricorso all'analisi di regressione in presenza di numerosi dati nelle veci del sistema di stima, in quanto riduce la mole delle operazioni di calcolo e rispetta il significato previsto del problema di valutazione.

Il sistema generale di stima si fonda sulla stessa logica comparativa del *sales comparison approach* e anzi ne costituisce una schematizzazione formale; infatti la risoluzione del sistema di stima conduce simultaneamente al valore di stima e ai valori unitari che sono l'esatto equivalente degli aggiustamenti unitari. Il sistema di stima può allora rappresentare in linea teorica il punto nodale nell'analisi comparata tra il *sales comparison approach* e i modelli di regressione; per cui alle considerazioni svolte si aggiungono quelle relative alla natura prettamente estimativa del *sales comparison approach* considerato come un procedimento sistematico di aggiustamenti dei prezzi noti con un notevole grado di analisi comparativa su campioni di dati numericamente ridotti.

Le conseguenze immediate del confronto tra i procedimenti estimativi e l'analisi di regressione a fini di stima indicano che: i parametri del modello, i valori unitari e gli aggiustamenti unitari hanno una comune interpretazione estimativa e reciprocità di uso; il modello di regressione può essere considerato, nell'ambito dei significati esaminati, una estensione della logica comparativa e una semplificazione nel calcolo rispetto al sistema generale di stima e al *sales comparison approach* al crescere del numero dei dati disponibili; il sistema di stima si può avvalere delle procedure di trasformazione, di *ranking* e di *rating* dei dati rilevati.

Il numero dei dati è senza alcun dubbio il fattore limitante nell'impiego dell'analisi di regressione nel settore estimativo, per cui anche

nel campo operativo il suo uso è subordinato alla disponibilità di numerosi e attendibili dati [Weaver (1976), p. 38]. La dimensione del campione può condizionare inoltre il numero delle variabili esplicative da impiegare nella stima. Ma la vera limitazione operativa non è tanto di natura metodologica quanto piuttosto di natura concreta dovuta alla generale mancanza di rilevazioni e di raccolte di dati di mercato in tutte quelle situazioni ove si realizzano compravendite immobiliari. La peculiarità dei procedimenti estimativi risiede proprio nella circostanza per la quale i procedimenti operano in presenza di pochi dati relativi a immobili simili all'immobile oggetto di stima, e in mancanza di questi con dati relativi a immobili classificati come intermedi e dissimili: possibilità queste precluse all'analisi di regressione. È da osservare tuttavia che questa peculiarità può essere malintesa se il ricorso ai procedimenti che operano in assenza di dati simili avviene in conseguenza della carenza o della assenza di questi dati a causa della mancanza di rilevazioni di dati relativi a compravendite di per sé presenti.

La migliore ragione per l'uso dell'analisi di regressione nella stima trova fondamento nel fatto che l'operatore con il modello articola e formalizza il suo punto di vista e controlla i risultati ottenuti. Il modello estimativo di regressione rientra certamente tra i modelli economici sui quali si hanno le maggiori conoscenze a priori sul fenomeno in esame da parte degli analisti. Nella costruzione del modello di regressione infatti le cognizioni a priori sono relative alla conoscenza del mercato immobiliare da parte dei periti e alla possibilità di ottenere stime alternative tramite gli altri procedimenti di valutazione. Le assunzioni soggettive e le ipotesi estimative richieste dal modello di regressione concernono in conclusione: a) la scelta degli elementi del campione formato da immobili simili rispetto all'immobile oggetto di valutazione; b) la selezione delle variabili estimative basata sugli *elements del sales comparison approach*, sui caratteri del sistema generale di stima, sui parametri dei procedimenti sintetici, ecc. e sulle attese degli operatori del mercato; c) la quantificazione delle variabili dicotomiche e delle variabili a punteggio; d) la veridicità estimativa delle ipotesi statistiche del modello di regressione e la forma dell'equazione; e) la verifica attraverso i test dei risultati del modello sulla base degli intervalli di fiducia e delle soglie estimative; f) la scelta della procedura di analisi per affrontare l'eventuale presenza di collinearità e di altre violazioni alle assunzioni del modello di regressione, in base alle risultanze dei test e al grado di verosimiglianza con le aspettative a priori dei parametri del modello; e g) la formulazione di stime sussidiarie e di altre ulteriori assunzioni nell'ambito delle procedure di analisi e delle applicazioni speciali.

La diffusione e il grado di dettaglio raggiunti nell'utilizzazione dei modelli di regressione nella concreta casistica di stima sono il migliore

referente pratico per l'impiego di queste analisi se, come si suole affermare, la bontà di un modello si giudica dal modo come prevede i dati che non sono stati usati per stimare il modello medesimo.

## Bibliografia

- ALLEN P.R., SCHILING J.D., SIRMANS C.F. (1986), *Sale Concessions and Market Value: Solving the Appraiser's Dilemma*, «The Appraisal Journal», (2).
- AMERICAN INSTITUTE OF REAL ESTATE (1983), *The Appraisal of Real Estate*, Chicago, AREA.
- ANDERSON J.E. (1979), *Ridge Regression: A New York Regression Technique Useful to Appraisers and Assessors*, «The Real Estate Appraiser and Analyst», (6).
- ANDREWS R.L., FERGUSON J.T. (1986), *Integrating Judgment with a Regression Appraisal*, «The Real Estate Appraiser and Analyst», (1).
- APPRAISAL INSTITUTE OF CANADA (1980), *Computer Applications in the Appraisal and Real Estate Analysis Process*, Winnipeg, AIC.
- BELONGIA M. (1979), *An Application of Ridge Regression with Verification of New Procedures*, «Agricultural Economics Research», (2).
- BELSLEY D.A., KUH E., WELSCH R.E. (1980), *Regression Diagnostics: Identifying Influential Data and Sources of Collinearity*, New York, J. Wiley and Sons.
- BROWN R.J. (1974), *On the Selection of Best Predictive Model in Multiple Regression Analysis*, «The Appraisal Journal», (4).
- BROWN W.G., BEATTIE B.R. (1975), *Improving Estimates of Economic Parameters by Use of Ridge Regression with Production Function Applications*, «American Journal of Agricultural Economics», (1).
- BRUCE R.W. (1977), *Multiple Regression Analysis: History and Applications in the Appraisal Profession*, «The Real Estate Appraiser and Analyst», (1).
- COLWELL P.F. (1979), *A Statistically Oriented Definition of Market Value*, «The Appraisal Journal», (1).
- CURCIO R.J., GAINES J.P., BENNETT R.E., WEBB J.R. (1981), *Bayesian Regression Procedures Applied to the Valuation of Residential Real Estate*, «The Real Estate Appraiser and Analyst», (4).
- DILMORE G. (1981), *Quantitative Techniques in Real Estate Counseling*, Massachusetts, Lexington Books.
- DRAPER N., SMITH H. (1981), *Applied Regression Analysis*, New York, J. Wiley and Sons.
- DUNFORD R.W., MARTI C.E., MITTELHAMMER R.C. (1985), *A Case Study of Rural Land Price at the Urban Fringe Including Subjective Buyer Expectations*, «Land Economics», (1).
- FERGUSON J.T. (1985), *Judging Appraisal Bias*, «The Appraisal Journal», (1).
- GIFE G.W. (1976), *Developing a Multiple Regression Model for Multi-Family Residential Properties*, «The Real Estate Appraiser and Analyst», (3).
- GROSS P.E. (1973), *The Neighbourhood: A New Approach Using Regression Analysis*, «The Appraisal Journal», (3).
- GRILLENZONI M. (1968), *Introduzione all'analisi dei prezzi di mercato dei beni fondiari*, «Rivista del catasto e dei servizi tecnici erariali», (5-6).
- GRISMON T.V., ROBINSON R.R., WANG K. (1987), *A Matched Pairs Analysis Program in Compliance with FHLBB Memorandum R 41 B/C*, «The Appraisal Journal», (1).
- HARNETT D.L., MURPHY J.L. (1985), *Statistical Analysis for Business and Economics*, Reading, Addison-Wesley.
- HOERL A.E., KENNARD R.W. (1970), *Ridge Regression: Biased Estimation for Nonorthogonal Problems*, «Technometrics», (12).
- JENSEN D.L. (1977) *The Role of Cluster Analysis in Computer Assisted Mass Appraisal*, Cambridge Massachusetts, The Lincoln Institute of Land Policy.
- JUDGE G.G., GRIFFITHS W.E., HILL R.C., LUTKEPOHL H., LEE T. (1954) *The Theory and Practice of Econometrics*, New York, J. Wiley and Sons.
- MCDONALD J.F., BOWMAN H.W. (1979), *Land Value Functions: A Revaluation*, «Journal of Urban Economics», (6).
- MILANESE E. (1987), *Ricerca statistica di modelli estimativi: un'applicazione delle componenti principali*, «Ce.S.E.T. Notizie-Aestimum», luglio.
- MORTON T.G. (1977), *Factor Analysis, Multicollinearity and Regression Appraisal Model*, «The Appraisal Journal», (4).
- NEWELL G.J. (1982), *The Applications of Ridge Regression to Real Estate Appraisal*, «The Appraisal Journal», (1).
- PENDLETON W.C. (1965), *Statistical Inference in Appraisal and Assessment Procedures*, «The Appraisal Journal», 1965, (1).
- PERRY L.G., CROWAN T.P., ELPEY D.R. (1986), *Ranking Comparable Properties Prior to Their Use in Regression on a Large or Small Sample*, «The Appraisal Journal», (1).
- RATCLIFF R., SWAN D.G. (1972), *Getting More from Comparables by Rating and Regression*, «The Appraisal Journal», (1).
- REICHERT A.K., MOORE J.S. (1986), *Analyzing the Nature of Multicollinearity in Real Appraisal Models*, «The Real Estate Appraiser and Analyst», (3).
- REICHERT A.K., J.S. MOORE, CHO C. (1985), *Stabilizing Appraisal Models Using Ridge Regression*, «The Real Estate Appraiser and Analyst», (3).
- SHENKEL W.M. (1978), *Modern Real Estate Appraisal*, New York, McGraw Hill.
- SIRMANS G.S., SIRMANS C.F., SMITH S.D. (1984), *Adjusting Comparable Sales for Assumption Financing*, «The Appraisal Journal», (1).
- SOCIETY OF REAL ESTATE APPRAISERS (1985), *Applied Residential Property Valuation*, Course, 102, Chicago, SREA.
- SOCIETY OF REAL ESTATE APPRAISERS (1979), *Special Application of Real Estate Analysis*, Course 301, Chicago, SREA.
- SWEETLAND D., COLCLOUGH W. (1986), *Ridge Regression: A World of Caution*, «The Appraisal Journal», (2).
- TOHIRA A. (1974), *Comparable Sale Selection. A Computer Approach*, «The Appraisal Journal», (1).
- THEIL H. (1971), *Principles of Econometrics*, New York, J. Wiley and Sons.
- THEIL H., GOLDBERGER A.S. (1961), *On Pure and Mixed Statistical Estimation in Economics*, «International Economic Review», (2).
- TRIPP R.R. (1974), *A Comparison of Linear and Non Linear Models of Residential Real Property Value*, «The Appraisal Journal», (4).
- WEAVER W.C. (1976), *To Regress or Not to Regress: That is the Question*, «The Real Estate Appraiser and Analyst», n. 6.

TRABO DA:  
SILVANO U. M. (1997)  
LA STIMA IMMOBILIARE  
UTET

Il *market comparison approach* si può applicare a tutti i tipi di immobili per i quali sia disponibile un sufficiente numero di recenti e attendibili transazioni. Si può facilmente constatare che maggiore è il numero dei dati del campione estimativo e migliori sono le condizioni di svolgimento della stima e la verosimiglianza del risultato. Nel settore ove il procedimento si applica regolarmente si reputa che 3 o 4 compravendite veridiche sono sufficienti per un risultato professionalmente plausibile.

### 3.13.2 Procedimento di stima

Per applicare il *market comparison approach* si devono compiere aggiustamenti sistematici sui prezzi di mercato rilevati in base alle caratteristiche dei beni di confronto rispetto alle corrispondenti caratteristiche del bene oggetto di stima. Gli aggiustamenti sono il perno dell'analisi del *market comparison approach*, le cui fasi principali sono le seguenti:

- 1) *analisi del mercato* per la rilevazione delle compravendite recenti di immobili simili;
- 2) verifica delle informazioni considerando a) se i prezzi rilevati obbediscono alla definizione del criterio di stima del valore di mercato, b) se le transazioni appartengono al particolare segmento di mercato ove ricade l'immobile oggetto di stima;
- 3) scelta delle caratteristiche immobiliari (*elements of comparison*);
- 4) compilazione della *tabella dei dati* (*sales summary grid*) e degli elaborati tecnici (planimetria della zona, piante, alzati, foto, ecc.);
- 5) *stima dei prezzi marginali* (*adjustments*);
- 6) redazione della *tabella di valutazione* (*sales adjustment grid*);
- 7) sintesi valutativa (*reconciliation*) e presentazione dei risultati;
- 8) *verifica estimativa* del valore di stima ottenuto con il *market approach*.

Le fasi da 1) a 3) riguardano la rilevazione dei dati e la scelta delle variabili, le fasi da 4) a 7) riguardano la redazione dei documenti estimativi che conducono al valore di stima, la fase 8) riguarda la verifica del valore di stima condotta con un altro procedimento diverso dal *market approach*.

Il *market comparison approach* può essere rappresentato diagrammaticamente nelle operazioni di aggiustamento dei prezzi di mercato  $P_A$ ,  $P_B$  e  $P_C$  dei beni A, B e C con un'unica caratteristica  $x_A$ ,  $x_B$  e  $x_C$ ; l'aggiustamento unitario  $p$  (prezzo marginale della caratteristica) conduce ai prezzi corretti (*adjusted price*)  $S_A$ ,  $S_B$  e  $S_C$  che prefigurano la sintesi valutativa per la stima puntuale del bene oggetto di stima  $O$  con caratteristica  $x_O$  (figura 32).

Il prezzo marginale  $p$  della caratteristica  $x$  si ottiene geometricamente come segue:

$$p = \text{tga} = \frac{S_A - P_A}{x_O - x_A} = \frac{S_B - P_B}{x_O - x_B} = \frac{S_C - P_C}{x_O - x_C}$$

### 3.13 Market comparison approach

#### 3.13.1 Introduzione

In termini generali il *market comparison approach* è un procedimento di stima del prezzo di mercato e del reddito degli immobili, attraverso il confronto tra l'immobile oggetto di stima e un insieme di immobili di confronto simili compravenduti di recente e di prezzo noto. Il principio su cui si fonda il procedimento consiste nella considerazione per la quale: "il mercato fisserà il prezzo per un immobile allo stesso modo in cui ha già determinato il prezzo delle compravendite di immobili simili" (*similia similibus aestimantur*). Un compratore infatti non pagherà per un immobile sostituibile con altri simili più del prezzo di acquisto di un altro o di altri immobili con le stesse caratteristiche nello stesso mercato. Sostanzialmente il *market comparison approach* è una procedura sistematica di comparazione applicata alla stima dei beni immobili in base alle caratteristiche tecnico-economiche.

Le radici del *market comparison approach* possono farsi risalire ai primi decenni del novecento quando le esigenze giurisdizionali della magistratura in tema di attribuzioni di valori monetari agli immobili si palesarono nella richiesta ai periti di fornire una prova documentale del valore di stima rassegnato. A tal fine erano considerate utili le compravendite di altri immobili simili a quello da stimare. Già alla fine del secolo precedente nel settore della contabilità industriale il movimento dello *scientific management* propugnava la rilevazione diretta dei dati di quantità, dei tempi e degli impieghi di lavoro ponendo le basi del sistema dei costi standard.

Il *market comparison approach* stenta a trovare applicazione nel campo delle valutazioni immobiliari nel nostro paese nonostante si fondi su coerenti premesse estimative, su puntuali rilevazioni di mercato e su uno svolgimento metodologico condotto sistematicamente e sulla dimostrazione dei risultati. Una generalizzazione e formalizzazione del procedimento è rappresentata dal sistema generale di stima. Il *market comparison approach* stima indirettamente i prezzi marginali delle caratteristiche prese in considerazione nella stima, in particolare di quelle caratteristiche quantitative per le quali si può ricorrere a un criterio di stima del prezzo marginale alternativo al prezzo di mercato.

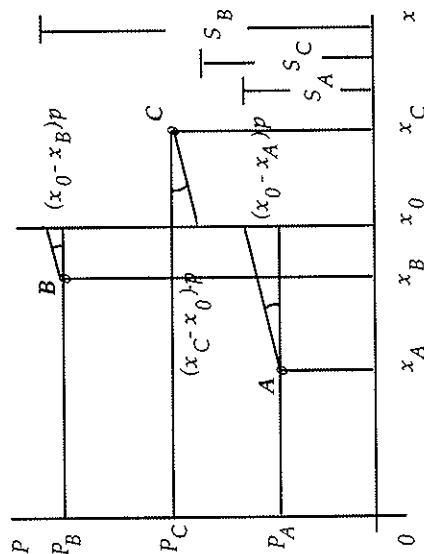


Figura 32

Il campione estimativo risulta formato dalle compravendite (A, B, C, ...), dai prezzi di mercato e dalle caratteristiche degli immobili di confronto (schema 1).

### Schema 1 - SCHEDA INDICATIVA PER LA RILEVAZIONE DI COMPRAVENDITE IMMOBILIARI

#### 1. CARATTERI LOCAZIONALI

##### 1.1 Localizzazione

Quartiere ..... Comune .....  
 Servizi pubblici .....  
 Centro urbano (storico, direzionale, commerciale) .....  
 Infrastrutture .....  
 Altro .....

#### 2. CARATTERI POSIZIONALI

##### 2.1 Edificio

Epoca di costruzione .....  
 Epoca sopraelevazioni e ampliamenti .....  
 Epoca altri interventi .....  
 Numero piani (livelli) .....  
 Cortili .....  
 Caratteristiche tipologiche (dimensioni, forma e partizioni, ecc.) .....  
 Caratteristiche strutturali .....  
 Impianti tecnologici .....  
 Altri .....

#### 3. CARATTERI TIPOLOGICI

##### 3.1 Unità immobiliare

Via ..... n° ..... Interno .....  
 Superfici interne .....  
 Superfici balconi e terrazze .....  
 Superfici esterne .....  
 Cantine .....  
 Soffitte .....  
 Garage ..... Box auto ..... Posto auto .....  
 Vani e locali accessori .....  
 Livello o Piano f.t. ....  
 Esposizione prevalente .....  
 Prospicienza .....  
 Panoramicità .....  
 Luminosità .....  
 Impianti tecnologici .....  
 Stato di conservazione e manutenzione .....  
 Altre caratteristiche tipologiche .....

##### 3.2 Dati catastali

Vani catastali .....  
 Particella ..... Foglio ..... n° .....  
 sub. .... cat.c. .... c.l. .... r.c.l. ....  
 Rendita catastale .....

**4. CARATTERI ECONOMICI**

- 4.1 Situazione locativa
- Locali liberi .....
  - Locali affittati (a uso abitazione, ufficio, foresteria, ecc.; equo canone, patto in deroga o altro) .....
  - Canone di affitto .....
  - Periodicità (frazionaria, scadenza) .....
  - Deposito cauzionale .....
  - Altre condizioni .....
- 4.2 Quota millesimale di proprietà .....
- 4.3 Servitù reali dell'edificio .....
- 4.4 Servitù reali dell'unità .....
- 4.5 Altre servitù .....

**5. CARATTERI SOGGETTIVI**

- 5.1 Venditore
- Modalità di possesso (impresa edile, acquisto, donazione, ecc.) .....
  - Causa vendita (cessione, trasferimento, liquidazione, permuta, ecc.) .....
  - Altro .....
- 5.2 Acquirente
- Causa acquisto (abitazione, locazione, speculazione, ecc.; prima o seconda abitazione) .....
  - Altro (permuta, ecc.) .....
- 5.3 Possessore
- Motivo del possesso (affitto, usufrutto, abitazione, diritto di superficie, ecc.) .....

**6. CARATTERI COMPRAVENDITA**

- 6.1 Compravendita
- Data compromesso .....
  - Data atto di vendita .....
  - Prezzo contrattato .....
  - Prezzo dichiarato in atto .....
  - Modalità di pagamento (Anticipo in contanti, rate, saldo)(data e somma) .....
  - Altro .....
- 6.2 Intermediazione
- Figura professionale .....
  - Compenso (aliquota) .....

**7. CARATTERI FINANZIARI**

- 7.1 Mutuo
- Data stipulazione .....
  - Durata mutuo .....
  - Data scadenza prima rata .....
  - Altri dati .....
- 7.2 Altre forme di finanziamento .....
- 7.3 Agevolazioni acquisto prima abitazione .....
- 7.4 Altre agevolazioni .....

I dati rilevati vengono predisposti nella *tabella dei dati* che riporta nelle colonne le unità di confronto A, B, C,... e nelle righe il prezzo di mercato rilevato e le caratteristiche immobiliari.

L'analisi del segmento del mercato immobiliare avviene secondo un criterio economico, le cui coordinate possono semplificare l'identificazione del particolare segmento di mercato immobiliare al quale si riferisce la stima (schemi 2 e 3). Nel segmento di mercato, le unità immobiliari devono essere sostituiti stretti e avere un'elevata elasticità di prezzo e un'elevata elasticità incrociata. La differenziazione fisica è propria delle unità immobiliari (posizione, contesto ambientale, ecc.), per le quali tuttavia sussiste un certo grado di sostituibilità per una data destinazione. La concorrenza di sostituti stretti offerti sul mercato limita il grado di discrezionalità del soggetto di offerta nella fissazione del prezzo.



**Schema 2 - SCHEMA PER L'ANALISI DEL SEGMENTO  
DEL MERCATO IMMOBILIARE**

- a. LOCALIZZAZIONE:**  
Urbana (centro, centro storico, semicentro), suburbana (semiperiferia, periferia), extraurbana (zone satelliti, borgo, case sparse, ecc.), e rurale.
- b. TIPOLOGIA:**  
Nuovo, usato, restaurato, ristrutturato, ecc.
- c. DESTINAZIONE:**  
Residenziale, commerciale, terziaria, artigianale, industriale, ecc.
- d. DOMANDA (acquirente ordinario):**  
Soggetti (persone fisiche, imprese, società immobiliari, ecc.). Motivi dell'acquisto. Modi di risparmio. Forme di finanziamento.
- e. OFFERTA (offerente ordinario):**  
Soggetti (*idem* domanda). Motivi della cessione (liquidità, trasferimento, ecc.).
- f. INTERMEDIAZIONE:**  
Presente o assente (agenzie immobiliari, figure professionali e occasionali). Percentuale approssimativa del volume delle contrattazioni per forme di intermediazione. Percentuale di mediazione sul prezzo pattuito.
- g. FORMA DI MERCATO ASSIMILATA:**  
Concorrenza imperfetta; concorrenza monopolistica; oligopolio assoluto e relativo; monopolio; monopolio bilaterale.
- h. VOLUME DELLE VENDITE:**  
Andamento delle contrattazioni (numero di unità compravendute nel segmento nel breve periodo)(3-6 mesi fino a un anno). Trend previsto a breve e medio termine.
- i. QUOTAZIONI:**  
Andamento delle quotazioni nel recente passato. Previsioni sul trend futuro (breve e medio periodo).
- l. INDICAZIONI SUL MERCATO DEGLI AFFITTI:**  
(*idem* da a. a i.).

**Schema 3 - COORDINATE OPERATIVE  
DEI SEGMENTI DEL MERCATO IMMOBILIARE**

- A) TITOLO DI POSSESSO**  
Proprietà [esclusiva e indivisa (*pro quota*); temporanea e permanente]  
Multiproprietà  
Diritto di superficie  
Nuda proprietà  
Usufrutto  
Affitto (per abitazione, per attività produttiva, stagionale, forestiera, ecc.)  
Multi locazione  
*Leasing* immobiliare
- B) DESTINAZIONE**  
Edifici normali (abitazione residenziale e ricreativa e produttiva)  
Edifici speciali (industriale, artigianale, commerciale, pubblici uffici, ecc.)
- C) TIPOLOGIA (per epoca di costruzione)**  
Nuovo  
Seminuovo  
Usato  
Ristrutturato  
Riqualificato
- D) TIPOLOGIA (per unità immobiliari)**  
Appartamenti in condominio  
Case singole  
Ville mono e plurifamiliari  
Negozi  
Magazzini  
Depositi  
Garage e box  
Posto auto (coperti e scoperti; liberi attrezzati)  
Aree edificabili  
Capannoni industriali  
Edifici per uffici  
Centri commerciali

**E) LOCALIZZAZIONE**

Centro (storico, direzionale, ecc.)  
Semi centro  
Semi periferia  
Periferia  
Zone satelliti  
Zone rurali

**F) MODALITÀ DI ACQUISIZIONE**

Acquisto  
Locazione  
Opzioni immobiliari  
Permuta  
Usufrutto, uso e abitazione  
Vitalizio immobiliare

**G) SCHEMI DI COMPORTAMENTO**

Livelli di prezzo  
Classi di reddito  
Modelli di localizzazione  
Demografia e mobilità  
Caratteristiche qualitative

**H) OFFERTA**

Proprietari  
Imprese [di promozione, di costruzione, di gestione, di trasformazione (riparazione e manutenzione, restauro, ristrutturazione, riqualificazione, ecc.)]  
Investitori  
Cooperative edilizie  
Società immobiliari  
Fondi immobiliari  
Borsa immobiliare

**I) DOMANDA**

Consumatori (*domanda diretta*)  
Imprese (*domanda derivata*) (agricole, artigianali, industriali, commerciali, ecc.)  
Cooperative edilizie  
Società immobiliari  
Fondi immobiliari  
Borsa immobiliare

**J) INTERMEDIARI**

Agenzie immobiliari  
Professionisti (ingegneri, architetti, agronomi, commercialisti, ecc.)  
Figure non professionali

**K) NUOVI PRODOTTI**

Multiproprietà  
Pre proprietà  
Condominio paralberghiero  
Casa Albergo  
Multi locazione  
*Lease-back* immobiliare

**Schema 4 - SCHEMA DELLE CARATTERISTICHE IMMOBILIARI  
DEI CAMPIONI ESTIMATIVI**  
(*Checklist* delle caratteristiche ricorrenti per tipologia)

**1. APPARTAMENTO IN CONDOMINIO**

- o Data di compravendita
- o Superficie commerciale, abitabile, interna (n° vani)
- o Superficie balcone, terrazze, ecc.
- o Superficie soffitta, mansarda, cantina, ecc. (altezza al soffitto)
- o Superficie garage
- o Posto auto (coperto e scoperto)
- o Numero servizi
- o Livello piano
- o Superfici condominiali (coperte e scoperte)
- o Impianti: - condominiali (ascensore, ecc.)
  - propri (riscaldamento autonomo, ecc.)
- o Stato di manutenzione: - fabbricato
  - appartamento
- o Affacci: - su strada principale
  - su strada secondaria
  - interni su cortile
  - interni su cavedio
- o Esposizione prevalente
- o Panorama
- o Forme di inquinamento
- o Caratteristiche economico-finanziarie (affitto, rate mutuo, ecc.)
- o Comodi e scomodi specifici (individuazione e descrizione)
- o Altro

## 2. VILLETTA UNIE PLURIFAMILIARE

- o Vedi 1.
- o Superficie spazi esterni (eventuale riparto per destinazioni)
- o Conformazione degli spazi (contorno, contiguità, ecc.)
- o Accesso rispetto alla strada o a un punto prevalente
- o Accesso rispetto al lotto
- o Opere speciali
- o Pianta ornamentali
- o Altro

## 3. GARAGE (BOX)

- o Superficie interna
- o Conformazione
- o Posti auto
- o Livello
- o Accesso: - dalla strada  
- da spazio condominiale
- o Finestre
- o Punti acqua e luce
- o Altro

## 4. MAGAZZINO (DEPOSITO)

- o Superficie interna
- o Superficie esterna
- o Livello
- o Accesso locale
- o Numero affacci: - su strada principale  
- su strada secondaria  
- su cortile
- o Numero aperture
- o Posizione di angolo
- o Altezza al soffitto
- o Box uffici
- o Servizi
- o Impianti tecnologici
- o Altro

## 5. NEGOZIO (BOTTEGA)

- o Vedi 4.
- o Destinazione dell'esercizio
- o Retrobottega
- o Accesso (posteggio clienti, interdizione del traffico veicolare, carico e scarico merce, ecc.)
- o Altro

## 6. TERRENO EDIFICABILE

- o Superficie
- o Indici di edificabilità
- o Indici di regolamento edilizio e norme di rispetto
- o Destinazione effettiva (ordinaria)(oltre gli indici, in sanatoria e abusiva, ecc.)
- o Eventuali destinazioni alternative (*Highest and best use*)
- o Conformazione (forma geometrica, lati liberi o su lotti confinanti, ecc.)
- o Accesso: - dalla strada principale  
- dalla strada interna
- o Posizione rispetto a un punto prevalente
- o Caratteri geo-morfo-pedologici
- o Pendenza prevalente
- o Esposizione prevalente
- o Giacitura
- o Altro

Il criterio di scelta delle caratteristiche immobiliari segue quello dei sistemi di stima e si basa:

- sulle caratteristiche dell'immobile oggetto di stima (*pivot*) e sulle caratteristiche del relativo segmento di mercato comune alle compravendite di confronto;
- sulle caratteristiche prese in considerazione dai compratori e venditori,
- sulle caratteristiche per le quali i beni di confronto simili e il bene oggetto di stima differiscono nell'ammontare in seno al campione estimativo considerato (schema 4).

### 3.13.3 Stima dei prezzi marginali

L'analisi dei prezzi marginali applica due essenziali principi di stima:

- il principio di sostituzione asserisce che un soggetto è disposto a pagare per un bene (o una sua parte) indifferentemente: a) il prezzo di mercato; o b) una somma pari al costo per produrre un bene identico (o una sua parte); oppure c) il prezzo di mercato o il costo per produrre un bene (o una sua parte) equivalente per certi fini al bene considerato;
- il principio di complementarità asserisce che il valore di una parte componente un bene complesso si misura in base al suo contributo al valore del bene complesso, o dal modo in cui la sua assenza diminuisce il valore del bene complesso.

I criteri di stima (aspetti economici) dei prezzi marginali sono: il prezzo, il costo, il valore di trasformazione, il valore complementare e il valore di sostituzione. Gli aggiustamenti possono essere applicati alle unità di confronto in termini di valore e in termini percentuali. La stima dei prezzi marginali delle principali caratteristiche degli immobili residenziali può essere svolta in dettaglio per singola caratteristica immobiliare. Il prezzo marginale rappresenta l'aggiustamento nel *market approach*. La rassegna prende in considerazione le principali caratteristiche immobiliari indicando la scala e l'unità di misura; il prezzo marginale e il reddito marginale; e il segno atteso. Il reddito marginale rappresenta l'aggiustamento applicato al canone di affitto. Per il prezzo e il reddito marginale sono mostrate in ordine di successione le stime teoriche e quelle applicative e le stime esatte e quelle approssimate.

### 1. DATA

*Scala di misura:* cardinale discreta. *Unità di misura:* giorno, mese, anno.

*Prezzo marginale:* saggio mensile dei prezzi del particolare segmento di mercato immobiliare; saggio annuale/12 delle quotazioni del mercato locale; altri saggi quali indicativamente il saggio calcolato sui numeri indici dei prezzi al consumo, il saggio calcolato sui numeri indici del costo di costruzione di un fabbricato residenziale e il saggio calcolato su altri numeri indici disponibili.

*Reddito marginale:* saggio di rivalutazione del canone di affitto secondo il contratto o le disposizioni di legge; saggio annuale/12 delle quotazioni del mercato locale degli affitti; altri saggi.

*Segno atteso:* negativo (per costruzione della variabile).

### 2. ZONA (ACCESSIBILITÀ, INFRASTRUTTURE E SERVIZI)

*Scala di misura:* binaria multipla, ordinale, cardinale. *Unità di misura:* 0-0-1, livello o grado, distanza dal centro.

*Prezzo marginale:* rendita differenziale di posizione e rendita di protezione, misurate approssimativamente la prima in termini di costo di trasporto annuo e di tempo speso per gli spostamenti (capitalizzati) e la seconda in termini di risparmio di spesa annuale per la fruizione del servizio collettivo rispetto a quello individuale (capitalizzato); *hedonic price* ottenuto da un modello statistico costruito sui prezzi, o stimato come differenza lorda tra i prezzi (o quotazioni) totali in situazioni locazionali differenti.

*Reddito marginale:* rendita differenziale di posizione e rendita di protezione, misurate approssimativamente la prima in termini di costo di trasporto annuo e di tempo speso per gli spostamenti e la seconda in termini di risparmio di spesa annuale per la fruizione del servizio collettivo rispetto a quello individuale; *hedonic price* ottenuto da un modello statistico costruito sui redditi, o come aliquota sulla differenza lorda tra i prezzi (o quotazioni) totali in situazioni locazionali differenti.

*Segno atteso:* negativo all'aumentare della distanza dal centro (e positivo viceversa); positivo per livelli crescenti di protezione.

### 3. VARIABILI SUPERFICIARIE

Le caratteristiche superficiali sono per eccellenza variabili *proxy* di grande parte delle altre caratteristiche. Nella stima basata su un solo parametro queste caratteristiche mirano a riassumere il ruolo proprio e quello di tutte le altre, cosicché l'unità di superficie diviene un'unità fittizia.

La relazione tra il prezzo totale  $P$ , il prezzo medio  $\bar{p} = P/x$  essendo  $x$  la caratteristica generica e il prezzo marginale  $p = \partial P / \partial x$  può essere presentata esemplificativamente per le caratteristiche superficiali (figura 33). La curva del prezzo marginale giace al di sotto della curva del prezzo medio, che rappresenta quindi una sovrastima del prezzo marginale per qualsiasi livello della superficie.

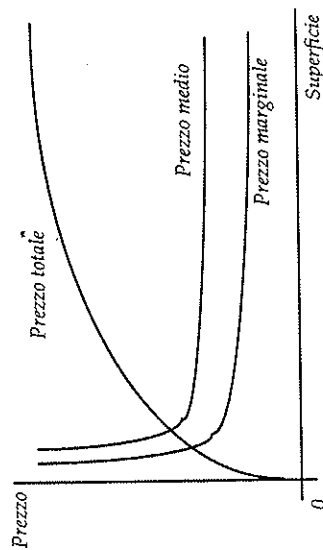


Figura 33

Negli edifici in condominio le caratteristiche superficiali rappresentano oltre che le parti in proprietà esclusiva anche le parti comuni in proprietà indivisa (scale, tetto, lastre solari, androni, locali di servizio, area esterna, ecc.) (figura 34). Le parti comuni concorrono alla formazione del prezzo dell'unità condominiale in qualità di caratteristiche estrinseche. Alcune di queste parti possono costituire concettualmente o concretamente oggetto di eventuale vendita o cessione separata (porzioni di area esterna, locali del portierato, altri locali, ecc.).

Superficie principale: superficie dei locali componenti l'unità immobiliare.

Superficie annessa: superficie dei balconi, delle terrazze, ecc.

Superficie collegata: superficie delle soffitte, delle cantine, delle mansarde, ecc.

Superficie equivalente: superficie fittizia nella quale le superfici annesse e collegate di un'unità immobiliare sono espresse generalmente in un'aliquota  $\pi_i$  della superficie principale.

Superficie virtuale: superficie fittizia nella quale le superfici annesse e collegate di unità immobiliari a diversa destinazione tipologica e funzionale (garage, botteghe, ecc.) sono espresse in relazione alla superficie residenziale (di solito).

Prezzo (o reddito) totale: prezzo (o reddito) di mercato complessivo dell'unità immobiliare oggetto di compravendita.

Prezzo (o reddito) medio: rapporto tra il prezzo (o reddito) totale e la superficie.

Prezzo (o reddito) marginale: rapporto tra la variazione del prezzo (o reddito) totale e la variazione della superficie.

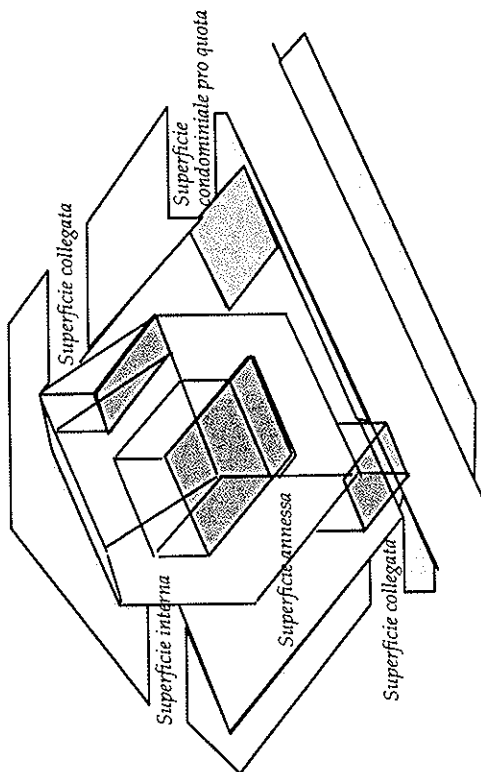


Figura 34

Si possono enunciare i seguenti *teoremi mercantili* legati alla prassi delle transazioni immobiliari:

1° Teorema: se il prezzo (o il reddito) totale dell'unità immobiliare oggetto di compraventa riguarda individualmente le singole superfici principale, annesse, collegate e esterne, essendo  $P_i$  il prezzo (o reddito) totale della superficie  $i$ -esima (con  $i=1,2,\dots,k$ ) relativa alla corrispondente superficie  $S_i$ , allora il prezzo (o reddito) medio  $p_i$  della superficie  $i$ -esima è pari a:

$$p_i = \frac{P_i}{S_i}$$

Questo caso ricorre in alcuni tipi di contratto nei quali sono indicate le singole superfici e il relativo prezzo (a misura) (edifici in proprietà unica ceduti in blocco, ecc.).

2° Teorema: se il prezzo (o il reddito) totale dell'unità immobiliare oggetto di compraventa riguarda il complesso delle superfici principale, annesse e collegate, essendo  $P$  il prezzo totale,  $\pi_i$  (con  $i=2,3,\dots,k$ ) il rapporto mercantile tra il prezzo medio della superficie  $S_i$  e il prezzo medio della superficie principale  $S_1$ , allora il prezzo (o reddito) medio della superficie principale  $p_1$  è pari a:

$$p_1 = \frac{P}{S_1 + \sum_{i=2}^k \pi_i \cdot S_i}$$

e il prezzo medio  $p_i$  delle altre superfici è pari a:

$$p_i = \pi_i \cdot p_1$$

Questo caso ricorre frequentemente in contratti nei quali è indicato il prezzo totale (a corpo) (appartamenti, negozi, garage, ecc.).

3° Teorema: se il prezzo (o il reddito) totale dell'unità immobiliare oggetto di compraventa riguarda il complesso delle superfici interna, annesse e collegate e la superficie condominiale esterna *pro quota*, essendo  $P$  il prezzo totale,  $\pi_i$  (con  $i=2,3,\dots,k$ ) il rapporto mercantile tra il prezzo medio della superficie  $S_i$  e il prezzo medio della superficie principale  $S_1$ ,  $p$  il prezzo unitario dei terreni edificati (3.5 Superfici esterne condominiali),  $S$  la superficie esterna condominiale e  $q$  la quota millesimale di proprietà, allora il prezzo (o reddito) medio della superficie principale  $p_1$  si ricava dalla seguente relazione generale delle caratteristiche superficiali:

$$P = P_1 + P_2 + \dots + P_k + P \cdot q = \underbrace{p_1 \cdot S_1}_{\text{Superficie principale}} + \underbrace{p_2 \cdot S_2 + \dots + p_k \cdot S_k}_{\text{Superfici sec. ordinarie}} + \underbrace{p \cdot S \cdot q}_{\text{Superficie esterna}}$$

essendo:

$$p_i = p_1 \cdot \pi_i;$$

$$P = p_1 \cdot S_1 + p_1 \cdot \sum_{i=2}^k \pi_i \cdot S_i + p \cdot S \cdot q,$$

$$p_1 = \frac{P - p \cdot S \cdot q}{S_1 + \sum_{i=2}^k \pi_i \cdot S_i};$$

e il prezzo medio  $p_i$  delle altre superfici è pari a:

$$p_i = \pi_i \cdot p_1.$$

Nei contratti ove è indicato il prezzo totale (2° teorema), le superfici condominiali possono essere indicate o riferite implicitamente nella catastazione ma generalmente non presentano alcun legame con il prezzo totale. Ai fini della stima tuttavia devono essere prese in considerazione in qualità di caratteristiche estrinseche dell'unità immobiliare ma intrinseche al condominio. Se queste superfici sono di ridotte dimensioni e scarsamente influenti sul valore possono essere trascurate nella stima.

4° Teorema: se il prezzo (o il reddito) totale dell'unità immobiliare oggetto di compravendita riguarda il complesso delle superfici principale, annesse e collegate e la superficie esterna, essendo  $P$  il prezzo totale,  $\partial$  il rapporto complementare tra il prezzo della superficie esterna (comprensiva dell'area di sedime)  $S_e$  e il prezzo totale, e  $S_i$  le altre superfici, allora il prezzo (o reddito) medio  $p_1$  della superficie principale, è pari a:

$$p_1 = \frac{P \cdot (1 - \partial)}{S_1 + \sum_{i=2}^k \pi_i \cdot S_i};$$

e il prezzo medio  $p_e$  della superficie esterna è pari a:

$$p_e = \frac{P}{S_e} \cdot \partial.$$

I prezzi medi delle singole superfici secondarie  $p_i$  (con  $i = 2, 3, \dots, k$ ) si calcolano sul prezzo complessivo  $P \cdot (1 - \partial)$ .

### 3.1 SUPERFICIE INTERNA (O ALTRA DIMENSIONE GEOMETRICA E COMMERCIALE)

*Scala di misura:* cardinale. *Unità di misura:* mq, mc, vano, stanza, ecc.

*Prezzo marginale:* prezzo lordo medio calcolato nel campione estimativo (sovrasima); prezzo marginale minore della quotazione media del mercato locale; prezzo marginale calcolato sulla curva del prezzo totale costruita per punti [prezzo totale = f(superficie)].

*Reddito marginale:* reddito (canone di affitto) lordo medio del campione estimativo (sovrasima); reddito marginale minore della quotazione media del mercato locale degli affitti; reddito marginale calcolato sulla curva del reddito totale costruita per punti [reddito totale = f(superficie)].

*Segno atteso:* positivo.

### 3.2 SUPERFICI ANNESSE (BALCONE, TERRAZZA)

*Scala di misura:* cardinale. *Unità di misura:* 0-1, mq, unità, ecc.

*Prezzo marginale:* prezzo lordo medio del campione estimativo (sovrasima); prezzo marginale minore della quotazione media del mercato locale (parti separatamente vendibili); prezzo marginale calcolato sulla curva del prezzo totale costruita per punti.

*Reddito marginale:* reddito (canone di affitto) lordo medio del campione estimativo (sovrasima); reddito marginale minore della quotazione media del mercato locale (parti separatamente cedibili in uso); reddito marginale calcolato sulla curva del reddito totale costruita per punti.

*Segno atteso:* positivo.

### 3.3 SUPERFICI COLLEGATE (SOFFITTA, MANSARDA, CANTINA)

*Scala di misura:* binaria, cardinale. *Unità di misura:* 0-1, mq, unità, ecc.

*Prezzo marginale:* prezzo lordo medio del campione estimativo (sovrasima); prezzo marginale minore della quotazione media del mercato locale (parti separatamente vendibili); prezzo marginale calcolato sulla curva costruita per punti.

*Reddito marginale:* reddito (canone di affitto) lordo medio del campione estimativo (sovrasima); reddito marginale minore della quotazione media del mercato locale (parti separatamente cedibili in uso); reddito marginale calcolato sulla curva costruita per punti.

*Segno atteso:* positivo.

### 3.4 SUPERFICI ESTERNE DI PERTINENZA A USO ESCLUSIVO (CORTILI)

*Scala di misura:* cardinale. *Unità di misura:* mq, ha.

*Prezzo marginale:* prezzo lordo medio  $p_e$  di compravendite (o quotazione) di terreni edificabili o di terreni agricoli ( $p_a$ ) della zona o in subordine di altre zone; essendo  $E_e$  l'indice di edificabilità riferito ai suoli di confronto,  $E_o$  l'indice di edificazione dell'unità di stima,  $c_d$  il costo medio unitario di demolizione,  $c_u$  il costo medio unitario di urbanizzazione, il prezzo marginale risulta alternativamente dalle seguenti relazioni:

$$p = (p_e \frac{E_o}{E_e} - c_d) \cdot \mu;$$

$$p = (p_a + c_u) \cdot \mu;$$

dove  $\mu$  rappresenta un coefficiente minore di 1 per tenere conto che si tratta del prezzo marginale piuttosto che del prezzo medio; prezzo marginale minore della quotazione media del mercato locale; prezzo marginale calcolato sulla curva del prezzo totale costruita per punti [prezzo totale = f(superficie)]; rapporto complementare  $\partial$  eventualmente stimato sinteticamente (4° teorema).

*Reddito marginale:* reddito (canone di affitto) lordo medio di terreni edificabili o agricoli della zona; reddito marginale minore della quotazione media del mercato locale degli affitti; reddito marginale calcolato sulla curva del reddito totale costruita per punti [reddito totale = f(superficie)]; prezzo marginale moltiplicato per il saggio di capitalizzazione.

*Segno atteso:* positivo.

### 3.5 SUPERFICI ESTERNE CONDOMINIALI

*Scala di misura:* cardinale. *Unità di misura:* mq, ha.

*Prezzo marginale:* prezzo lordo medio  $p_e$  di compravendite (o quotazione) di terreni edificabili o di terreni agricoli ( $p_a$ ) della zona o in subordine di altre zone; essendo  $E_e$  l'indice di edificabilità riferito ai suoli di confronto,  $E_o$  l'indice di edificazione dell'unità di stima,  $c_d$  il costo medio unitario di demolizione,  $c_u$  il costo medio unitario di urbanizzazione e  $q$  la quota millesimale di proprietà (eventualmente calcolata approssimativamente dal rapporto tra la superficie dell'unità immobiliare considerata e la somma totale di tutte le superfici dell'edificio condominiale), il prezzo marginale risulta dalla seguente relazione:



$$p = (p_e \frac{E_a}{E_e} - c_d) \cdot \mu \cdot q;$$

$$p = (p_a + c_u) \cdot \mu \cdot q;$$

dove  $\mu$  rappresenta un coefficiente minore di 1 per tenere conto che si tratta del prezzo marginale piuttosto che del prezzo medio; prezzo marginale minore della quotazione media del mercato totale; prezzo marginale calcolato sulla curva del prezzo totale costruita per punti [prezzo totale =  $f(\text{superficie})$ ]; rapporto complementare  $\partial$  eventualmente stimato sinteticamente (*pro quota*) (4° teorema).

*Reddito marginale*: reddito (canone di affitto) lordo medio di terreni edificabili o agricoli della zona; reddito marginale minore della quotazione media del mercato locale degli affitti; reddito marginale calcolato sulla curva del reddito totale costruita per punti [reddito totale =  $f(\text{superficie})$ ]; prezzo marginale moltiplicato per il saggio di capitalizzazione.

*Segno atteso*: positivo.

#### 4. SERVIZI (OLTRE IL PRIMO)

*Scala di misura*: cardinale. *Unità di misura*: numero unità, mq.

*Prezzo marginale*: costo di impianto deprezzato (linearmente).

*Reddito marginale*: quota di reintegrazione eguale al costo di impianto a nuovo diviso per la durata prevista; interesse sul costo di impianto.

*Segno atteso*: positivo.

#### 5. LIVELLO PIANO

*Scala di misura*: ordinale. *Unità di misura*: numero.

*Prezzo marginale*: percentuale del prezzo totale desunta dalle quotazioni immobiliari indicative; o dall'esperienza diretta; oppure per sottrazione dei prezzi lordi (o quotazioni) totali in situazioni uniformi tranne che per il livello di piano.

*Reddito marginale*: percentuale del reddito totale desunta dalle quotazioni immobiliari indicative, o dall'esperienza diretta, o per sottrazione dei canoni di affitto (o quotazioni) totali in situazioni uniformi tranne che per il livello di piano.

*Segno atteso*: positivo o negativo.

#### 6. IMPIANTI TECNOLOGICI

*Scala di misura*: binaria, cardinale. *Unità di misura*: 0-1, sviluppo geometrico, potenza, ecc.

*Prezzo marginale*: costo di installazione deprezzato (linearmente e non); preventivo di spesa e funzione valore-tempo.

*Reddito marginale*: quota di deprezzamento del costo a nuovo (lineare e non); interesse sul costo di installazione.

*Segno atteso*: positivo.

#### 7. ETÀ DELL'UNITÀ IMMOBILIARE (proxy delle caratteristiche 1. e 8.)

*Scala di misura*: cardinale discreta. *Unità di misura*: anno.

*Prezzo marginale*: percentuale del prezzo totale desunta dalle quotazioni indicative; percentuale o saggio di deprezzamento del prezzo nella funzione di deprezzamento immo-

biare; quota di ammortamento; deprezzamento fisico e funzionale eguale al costo complessivo dei relativi interventi diviso per la durata; obsolescenza economica (e rivalutazione).

*Reddito marginale*: percentuale del reddito totale desunta dalle quotazioni indicative; percentuale o saggio di deprezzamento; quota di ammortamento moltiplicata per il saggio di interesse; deprezzamento fisico e funzionale eguale al costo complessivo dei relativi interventi diviso per la durata e moltiplicato per il saggio di interesse.

*Segno atteso*: negativo (salvo che per la rivalutazione).

#### 8. STATO DI MANUTENZIONE E CONSERVAZIONE (proxy della caratteristica 7.)

*Scala di misura*: ordinale. *Unità di misura*: posto o numero.

*Prezzo marginale*: costo marginale di intervento stimato da un posto all'altro della scala di misura; costo di manutenzione (deperimento fisico) e costo di adeguamento (deperimento funzionale) e eventualmente il grado di invecchiamento (differenza di reddito capitalizzata); preventivi di spesa.

*Reddito marginale*: interesse sul costo marginale di intervento (deperimento fisico e funzionale) o costo di intervento diviso per la durata e moltiplicato per il saggio di interesse; il grado di invecchiamento misurato sulla variazione di reddito.

*Segno atteso*: positivo se il posto nella scala ordinale cresce al crescere del livello di manutenzione, altrimenti negativo.

#### 9. GARAGE (BOX, POSTI AUTO, ALTRE OPERE ANNESSE)

*Scala di misura*: binaria, cardinale. *Unità di misura*: 0-1, numero, mq, mc, ecc.

*Prezzo marginale*: prezzo di mercato (mercato indipendente); prezzo medio della superficie principale per il rapporto mercantile; prezzo marginale calcolato sulla curva costruita per punti [prezzo totale =  $f(\text{dimensione})$ ].

*Reddito marginale*: reddito totale (mercato indipendente degli affitti); reddito medio della superficie interna per il rapporto mercantile; reddito marginale calcolato sulla curva costruita per punti [reddito totale =  $f(\text{dimensione})$ ].

*Segno atteso*: positivo.

#### 10. QUALITÀ ARCHITETTONICA

*Scala di misura*: binaria, ordinale, cardinale. *Unità di misura*: 0-1, livello, dimensione.

*Prezzo marginale*: costo di ricostruzione (eventualmente deprezzato linearmente); valore architettonico (storico, artistico, ecc.) misurato come *hedonic price* ottenuto da un modello statistico costruito sui prezzi, o come differenza di prezzi (o quotazioni) totali in situazioni uniformi tranne che per la presenza dei pregi architettonici.

*Reddito marginale*: interesse sul costo o sul valore architettonico; *hedonic price* ottenuto da un modello statistico costruito sui redditi.

*Segno atteso*: positivo per livelli crescenti.

#### 11. INQUINAMENTO

*Scala di misura*: binaria, ordinale, cardinale. *Unità di misura*: 0-1, livello, misura.

*Prezzo marginale*: costo di eliminazione, costo di ripristino, costo di preservazione (totale o parziale), in quest'ultimo caso il danno residuo è calcolato come *hedonic price* (negativo),

o come differenza di prezzi (o quotazioni) totali in situazioni uniformi tranne che per la presenza di inquinamento.

*Reddito marginale*: quota di ammortamento eguale al costo di eliminazione diviso per la durata; interesse sul costo di intervento (tutela totale); *hedonic price* riferito al reddito. *Segno atteso*: negativo.

## 12. PANORAMA (SOLEGGIAMENTO, LUMINOSITÀ)

*Scala di misura*: binaria multipla, ordinale. *Unità di misura*: 0-0-1, livello.

*Prezzo marginale*: valore paesaggistico in assenza di beni sostituiti misurato come *hedonic price* ottenuto da un modello statistico costruito sui prezzi totali, o come differenza di prezzi (o quotazioni) totali in situazioni uniformi e scalari tranne che per il livello di panorama.

*Reddito marginale*: interesse sul valore paesaggistico; *hedonic price* riferito al reddito.

*Segno atteso*: positivo per livelli crescenti.

La stima dei prezzi marginali delle caratteristiche qualitative 10., 11. e 12. è preferibilmente svolta con il sistema di stima in presenza di un numero sufficiente di dati di compravendite (14. *Market comparison approach* e sistema di stima)

Nella *tabella di valutazione* si svolgono le operazioni di stima riportando le unità rilevate nelle colonne (testata) e il prezzo di mercato e le caratteristiche immobiliari nelle righe. In corrispondenza delle caratteristiche, in ciascuna cella della tabella si riporta il prodotto tra la differenza negli ammontari della caratteristica dell'unità da valutare e dell'unità rilevata corrispondente e il prezzo marginale della caratteristica preso con il proprio segno. Per ogni colonna si procede alla somma algebrica dei prodotti delle celle della colonna medesima per ottenere il prezzo corretto (*adjusted price*). Il *prezzo di mercato corretto* raffigura il prezzo ipotetico dell'unità da valutare come risulta dal corrispondente confronto con l'unità rilevata; in altri termini il mercato avrebbe assegnato il prezzo corretto all'unità da stimare allo stesso modo come ha assegnato il prezzo di mercato al l'unità di confronto.

In linea teorica i prezzi corretti delle diverse unità di confronto dovrebbero coincidere, tuttavia nell'esperienza concreta ciò è puramente casuale anche se generalmente si manifesta una sostanziale convergenza. L'eventuale presenza di prezzi corretti *outliers* impone una retroazione riconducendo il problema direttamente alla composizione del campione e alla veridicità dei dati e subordinatamente alla scelta delle caratteristiche.

Nella sintesi conclusiva (*reconciliation*) quando è richiesta la stima puntuale si procede a eleggere un unico risultato a partire dai prezzi corretti. In genere i prezzi corretti raffigurano una ridottissima distribuzione statistica per la quale può essere azzardato imporre ipotesi statistiche. In termini estimativi i prezzi corretti possono essere verificati calcolando preliminarmente l'errore percentuale tra i prezzi stessi. I prezzi corretti sono calcolati analiticamente in base a una rilevazione campionaria, a una serie di ipotesi e di procedimenti palesi e dettagliati, per cui nell'apriori logico-consequenziale la loro verosimiglianza con il prezzo previsto è da ritenersi abbastanza alta, e può crescere all'aumentare dei dati rilevati.

Ai prezzi corretti si può applicare il principio di ordinarietà; oppure si può prescegliere un prezzo in base a considerazioni apriori legate allo svolgimento della stima; oppure si può escludere un prezzo corretto se l'errore percentuale supera la soglia di ammissibilità. Si possono associare semplificate funzioni di probabilità soggettiva o in vario grado oggettiva ai diversi prezzi corretti in base alle informazioni esterne di cui si dispone. Si tratta di crite-

ri soggettivi legati alla decisione e alla soggettività di giudizio del perito estimatore che ha fiducia nel metodo seguito piuttosto che nel risultato contingente.

Va osservato che a parità di procedimento estimativo, il risultato di stima può essere confutato solo con differenti dati estratti dalla stessa popolazione statistica delle compravendite rilevate. La componente soggettiva è insopprimibile nel processo di stima anche se nel *market approach* si tende a inalterarla nei passaggi del procedimento. Ma se si dovesse dire in un solo concetto in che cosa consiste la forza del *market comparison approach* come procedimento estimativo, tale concetto sarebbe quello originario legato alla rilevazione diretta dei prezzi di mercato degli immobili. Ciò significa che non si procede alla rilevazione di quotazioni (medie di prezzi medi) adattate con criteri empirici al particolare immobile da stimare.

Per *verifica della stima* si intende lo svolgimento di un'altra stima con un diverso procedimento al fine di conoscere almeno un valore di stima da confrontare con quello del *market comparison approach*. Questo procedimento infatti consente di sfruttare il campione estimativo dei prezzi per proseguire nell'*iter* valutativo e rispondere alla domanda circa quale sarebbe stato il risultato se si fosse operato con un altro procedimento fondato sulla rilevazione di dati reali. La verifica infatti non modifica il risultato del *market approach* ma svolge un test di prova con un indice apposito (solitamente l'errore percentuale).

L'impiego dei criteri di stima dei prezzi e dei redditi marginali impone alcune assunzioni di carattere teorico e metodologico.

La *prima assunzione* riguarda l'eguaglianza posta tra il prezzo marginale e il costo di intervento per alcune caratteristiche (come a esempio lo stato di manutenzione e di conservazione): l'eguaglianza sta a indicare che la variazione di prezzo dell'immobile è pari al costo di intervento. Altrimenti l'incremento di prezzo indotto da un miglioramento nello stato di conservazione o manutenzione può risultare maggiore o minore del costo: nel primo caso il costo marginale stimato sottostima il vero prezzo marginale; nel secondo caso il costo marginale sovrastima il vero prezzo marginale. Le condizioni di equilibrio parziale sono quindi riferite al giudizio di convenienza economica dell'intervento.

La *seconda assunzione* riguarda le condizioni ordinarie relative alla stima in situazioni di mercato normali.

La *terza assunzione* concerne la distribuzione a priori dell'errore di stima relativo all'impiego dei prezzi marginali nei procedimenti di valutazione. Nel *market approach* si reputa che i prezzi di mercato corretti (o ipotetici) differiscono tra loro perché il mercato immobiliare non è perfetto; per questo motivo possono essere considerati come variabili casuali che teoricamente si distribuiscono secondo la v.c. normale. Non contraddice dunque i principi teorici e l'esperienza reale l'asserzione per la quale la stessa legge di casualità operi anche per i prezzi marginali che vengono impiegati per stimare i prezzi corretti.

## 3.13.4 Esempificazione del problema del calcolo

Nel *market comparison approach* il problema del calcolo può essere proposto in via esemplificativa avuto riguardo alla stima di una villetta unifamiliare (un livello) sita in una località periferica.

# 1. DESCRIZIONE DELLA VILLETTA (SUBJECT)

## 2. MERCATO IMMOBILIARE DELLA ZONA

### 3. CAMPIONE ESTIMATIVO

Unità A, Unità B, Unità C.

## 4. DEFINIZIONE DELLE CARATTERISTICHE

*Data (DAT)*: contata in mesi retrospettivamente a partire dal momento di stima;  
*Superficie coperta (SUP)*: (mq);  
*Area esterna (ARE)*: (mq);  
*Box (BOX)*: numero;  
*Stato di manutenzione (MAN)*: livelli crescenti da 1, 2 e 3;  
*Impianti (IMP)*: sviluppo piastre radianti (mq);  
*Piscina (PIS)*: (mq);  
*Inquinamento (INQ)*: scala binaria (assenza = 0, presenza = 1).

5. TABELLA DEI DATI

Prezzo e caratteristiche	Subject	Unità A	Unità B	Unità C
Prezzo di mercato (£·10 <sup>6</sup> )	-	200	280	342
Data (mesi) (DAT)	0	3	2	1
Superficie coperta (mq) (SUP)	250	210	250	330
Area esterna (mq) (ARE)	800	600	650	1.010
Box (n.) (BOX)	2	1	2	2
Stato di manutenzione (punto)	1	2	3	1
Impianti (mq) (IMP)	20	12	20	30
Piscina (mq) (PIS)	200	100	200	400
Inquinamento (punto) (INQ)	0	0	1	1

## 6. ANALISI DEI PREZZI MARGINALI

*Data (DAT)*: in mancanza di dati statistici relativi al mercato immobiliare della zona il saggio mensile medio è stimato pari a:

$$p(DAT) = 0,04/12.$$

*Superficie coperta (SUP)*: il prezzo marginale è posto pari al prezzo medio lordo calcolato dal prodotto tra il rapporto *PRZ/SUP* di ciascuna compravendita e il rapporto complementare stimato in 0,8, scegliendo il prezzo medio minore in quanto è da ritenere che per gli immobili la curva del prezzo marginale è posta al di sotto della curva del prezzo medio:

$$p(SUP) = (PRZ/SUP) \cdot 0,8;$$

$$p(SUP)_A = (200 \cdot 0,8)/210 = 0,76;$$

$$p(SUP)_B = (280 \cdot 0,8)/250 = 0,9;$$

$$p(SUP)_C = (342 \cdot 0,8)/330 = 0,83;$$

$$p(SUP) = \text{£.milione/mq } 0,76.$$

*Area esterna (ARE)*: il prezzo marginale è posto pari al prezzo medio lordo calcolato dal prodotto tra il rapporto *PRZ/SUP* di ciascuna compravendita e il rapporto complementare stimato in 0,2, scegliendo il prezzo medio minore in quanto è da ritenere che per gli immobili la curva del prezzo marginale è posta al disotto della curva del prezzo medio:

$$p(ARE) = (PRZ/ARE) \cdot 0,2;$$

$$p(ARE)_A = (200 \cdot 0,2)/(210+600) = 0,049;$$

$$p(ARE)_B = (280 \cdot 0,2)/(250+650) = 0,062;$$

$$p(ARE)_C = (342 \cdot 0,2)/(330+1.010) = 0,051.$$

$$p(ARE) = \text{£.milione/mq } 0,049.$$

*Box (BOX)*: il prezzo marginale è posto pari al costo di ricostruzione deprezzato, per cui risultando dal computo metrico-estimativo un costo di ricostruzione pari a £ 30 milioni e ipotizzando una vita utile di 50 anni, essendone trascorsi 10, il prezzo marginale si ottiene secondo il deprezzamento lineare:

$$p(BOX) = 30 \cdot (1 - 10/50) = \text{£.milione } 24.$$

*Stato di manutenzione (MAN)*: il prezzo marginale è posto pari al costo di intervento che è stimato da due preventivi di ditte specializzate della zona nel modo seguente:

$$p(MAN)(da \ 1 \ a \ 2) = \text{£.milione } 14;$$

$$p(MAN)(da \ 2 \ a \ 3) = \text{£.milione } 20.$$

*Impianti (IMP)*: il prezzo marginale è posto pari al costo di impianto che è stimato in base alla quotazione media (deprezzata) delle ditte specializzate della zona nel modo seguente:

$$p(IMP) = 0,83 \cdot (1 - 10/25) = \text{£.milione/mq } 0,5.$$

*Piscina (PIS)*: il prezzo marginale è posto pari al costo di impianto che è stimato in base alla quotazione media (deprezzata) delle ditte specializzate della zona nel modo seguente:

$$p(PIS) = 0,1 \cdot (1 - 10/20) = \text{£-milione/mq } 0,05.$$

*Inquinamento (INQ)*: il prezzo marginale è posto pari al costo delle opere atte a contrastarlo, secondo il preventivo di una ditta specializzata della zona nel modo seguente:

$$p(INQ) = \text{£-milione } 9.$$

7. TABELLA DI VALUTAZIONE

Prezzo e caratteristiche	Unità A	Unità B	Unità C
Prezzo di mercato (£.10 <sup>6</sup> )	200	280	342
Data (%)	+3.200-0,04/12	+2.280-0,04/12	+1.342-0,04/12
Superficie coperta (mq)	+40-0,76	-	-80-0,76
Area esterna (mq)	+200-0,049	+150-0,049	-210-0,049
Box (n.)	+1-24	-	-
Stato di manutenzione (punto)	-14	-(14 + 20)	-
Impianti (mq)	+8-0,5	-	-10-0,5
Piscina (mq)	+100-0,05	-	-200-0,05
Inquinamento (0-1)	-	+9	+9
Prezzi corretti (£.10 <sup>6</sup> )	261,2	264,22	266,05

Sintesi di stima per il valore atteso (equiprobabilità):

$$\text{Valore di stima} = (261,2 + 264,22 + 266,05) / 3 = \text{£-milione } 263,82.$$

## 8. VERIFICA

Stima sintetica per parametri tecnici [*superficie equivalente* = *superficie coperta*·0,8 + (*superficie coperta* + *area esterna*)·0,2], nel modo seguente:

$$\begin{aligned} \text{Valore di stima} &= \\ &= (\sum PRZ / \sum [SUP \cdot 0,8 + (SUP + ARE) \cdot 0,2]) \cdot [250 \cdot 0,8 + (800 + 250) \cdot 0,2] = \\ &= \text{£-milione } 272,88. \end{aligned}$$

Il risultato della verifica indica un valore di stima maggiore del 2,86% del risultato del sistema; poiché l'errore è inferiore alla soglia ammissibile il valore di stima rassegnato è attendibile. Il procedimento monparametrico non tiene conto di tutte le caratteristiche che influenzano il prezzo.

## 9. CONCLUSIONI

Il valore di stima della villetta *quo* è pari a £-milione 263,82.